ریاضی

پانچویں جماعت کے لیے

ملک ہاؤس ایجوکیشنل پبلشرز، گنپت روڈ (انارکلی) لاہور

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

ریاضی

پانچویں جماعت کے لیے

ملک ہاؤس ایجوکیشنل پبلشرز، گنپت روڈ (انارکلی) لاہور

برائے: پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	تعداد
مارچ 1977ء	اوّل	85,000

تیّار کردہ: پنجاب ٹیکسٹ بُک بورڈ، لاہور۔ منظور کردہ: حکومتِ پنجاب (محکمۂ تعلیم) لاہور
نظرِ ثانی شدہ: قومی ریویو کمیٹی وفاقی وزارتِ تعلیم و صوبائی رابطہ حکومتِ پاکستان، اِسلام آباد۔
بمطابق مراسلہ نمبر 1/72-10(c).S.O مورخہ 23 مئی 1974ء
بطور واحد نصابی کتاب برائے مدارس پنجاب

مصنفین

ڈاکٹر خواجہ غلام کبریا (کنوینر)
ثناء اللہ بھٹی
بلقیس محمّد الدین
سیّد امیر حسین

طابع : مہدی حسن ملک
مطبع : عاملین پریس۔ الرکن پریس۔ اصغر آرٹ پریس
انٹرنیشنل پریس۔ پرنٹیکس

فہرست

پہلا باب

سیٹ، رومن عددی علامات

1-سیٹ (اعادہ)

پچھلی جماعتوں میں آپ سیٹ کے چند بنیادی تصورات حاصل کر چکے ہیں اور کسی حد تک یہ بھی دیکھ چکے ہیں کہ سیٹ ریاضی کی زبان کے طور پر کیسے اِستعمال ہوتے ہیں - آپ جانتے ہیں کہ "چیزوں کے اجتماع" کو سیٹ کہتے ہیں اور کسی سیٹ میں موجود اشیا ، اس سیٹ کے ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں - روزمرّہ زندگی میں اجتماع دو یا زیادہ چیزوں کے اکٹّھا ہونے کو کہتے ہیں، مگر ریاضی میں سیٹ کے ممبران کی تعداد کا دو یا زیادہ ہونا ضروری نہیں- چنانچہ آپ نے ایسے سیٹ بھی دیکھے ہوں گے جن میں صرف ایک ہی رُکن تھا- یاددہانی کی خاطر نیچے "یک رُکنی" سیٹوں کی چند مثالیں دی جاتی ہیں -

الف = { 5 } ، با = { اکتوبر } ، لام = 1 سے چھوٹے مکمل اعداد کا سیٹ -

یاد رہے کہ فقط 0 ہی 1 سے چھوٹا مکمل عدد ہے- لہٰذا لام بھی "یک رُکنی" سیٹ ہے-

آپ نے اِس سیٹ کے متعلق بھی پڑھا ہے جس میں کوئی رُکن نہیں ہوتا اور جسے **خالی سیٹ** کہتے ہیں- مثلاً: جیم = 2 سے چھوٹے مُفرد اعداد کا سیٹ -

میم = 1 سے چھوٹے قُدرتی اعداد کا سیٹ -

کاف = ا اور ب کے درمیان اُردو حروف تہجی کا سیٹ -

آپ جانتے ہیں کہ 2 سب سے چھوٹا مُفرد عدد ہے- اِسی طرح 1 بھی سب سے چھوٹا قُدرتی عدد ہے- پس سیٹ جیم اور سیٹ میم میں کوئی ممبر نہیں ہو سکتا- لہٰذا یہ دونوں خالی سیٹ ہیں- چونکہ ا اور ب کے درمیان اُردو کا کوئی بھی حرف نہیں ہے اس لیے کاف بھی خالی سیٹ ہے -

آپ کو معلوم ہے کہ اگر دو سیٹوں کے درمیان (1—1) مطابقت* قائم کی جا سکے تو یہ

---

* یاد رہے کہ اگر دو سیٹوں کے ممبران کے مکمل جوڑے بنانا ممکن ہو تو ہم کہتے ہیں کہ ان سیٹوں کے درمیان (1—1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہے -

مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔ نیز اگر دو سیٹوں کے درمیان (1—1) مطابقت قائم کرنا ممکن نہ ہو تو یہ غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔ مثلاً

الف = {ا، ب، ج} اور با = {2، 4، 6} مترادف سیٹ ہیں۔

کیونکہ ان کے درمیان (1—1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہے۔ مثلاً

{ا، ب، ج}

↕ ↕ ↕

{2، 4، 6}

جبکہ لام = {طوطا، چڑیا، مور} اور میم = {فوزیہ، نعمان} غیر مترادف سیٹ ہیں۔

کیونکہ ان کے درمیان (1—1) مطابقت قائم کرنا ممکن نہیں ہے۔

2 - تحتی سیٹ :

نیچے دی ہوئی مثالوں پر غور کریں۔

(i) جیم = {1، 2، 3، 4، 5} اور سین = {1، 3، 5}

سیٹ سین کا ہر رُکن سیٹ جیم کا بھی رُکن ہے۔

(ii) لام = صحیح اعداد کا سیٹ اور میم = طاق اعداد کا سیٹ

سیٹ میم کا ہر رُکن سیٹ لام کا بھی رُکن ہے کیونکہ ہر طاق عدد صحیح عدد بھی ہوتا ہے۔

ان مثالوں میں سیٹ سین سیٹ جیم کا تحتی سیٹ ہے اور سیٹ میم سیٹ لام کا تحتی سیٹ ہے۔

"اگر کسی سیٹ با کا ہر رُکن سیٹ الف کا بھی رُکن ہو تو سیٹ با، سیٹ الف کا تحتی سیٹ کہلاتا ہے"

اب مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں :

الف = {1، 2، 3، 4} اور با = {2، 3، 1، 4}

یہاں الف کا ہر رُکن با کا بھی رُکن ہے۔ پس سیٹ الف، سیٹ با کا تحتی سیٹ ہے۔ لیکن تھوڑا سا غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ سیٹ با دراصل سیٹ الف ہی ہے جس میں ارکان ایک مختلف ترتیب میں دِیے گئے ہیں۔ اس سے معلوم ہوا کہ ہر سیٹ اپنا تحتی سیٹ ہوتا ہے۔

اب آپ مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں۔

الف = { 1، 2، 3، 4، 5 } اور با = { 2، 3، 4، 5، 6، 7 }

یہ دونوں سیٹ ایسے ہیں کہ نہ تو سیٹ الف کا ہر رُکن سیٹ با کا رُکن ہے اور نہ ہی سیٹ با کا ہر رُکن سیٹ الف کا رُکن ہے۔ مثال کے طور پر عدد 1 سیٹ الف کا رُکن ہے لیکن یہ سیٹ با کا رُکن نہیں ہے۔ اِسی طرح عدد 6 سیٹ با کا رُکن ہے لیکن یہ سیٹ الف کا رُکن نہیں ہے۔ پس اِس مثال میں نہ تو سیٹ الف، سیٹ با کا تحتی سیٹ ہے اور نہ ہی سیٹ با سیٹ الف کا تحتی سیٹ ہے۔

3- رومن عددی علامات:

سابقہ جماعتوں میں آپ عدد اور عددی علامت میں فرق کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ آپ کو معلوم ہے کہ عدد ایک تصوّر ہوتا ہے، جبکہ عددی علامت اِس تصوّر کو ظاہر کرتی ہے۔ مثال کے طور پر عدد "تین" کو آپ علامت " 3 " سے ظاہر کرتے ہیں۔ دُنیا کے مختلف ملکوں میں ایک ہی عدد کو ظاہر کرنے کے لیے مختلف علامات استعمال ہوتی ہیں۔

یہاں ہمارا مقصد اعداد ایک تا بیس کو ظاہر کرنے والی رومن عددی علامات بتانا ہے۔ یہ علامات آج بھی گھڑیوں وغیرہ میں استعمال ہوتی ہیں۔ ان علامات کو نیچے دکھایا گیا ہے۔

عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات
ایک	I	دو	II	تین	III	چار	IV
پانچ	V	چھ	VI	سات	VII	آٹھ	VIII
نو	IX	دس	X	گیارہ	XI	بارہ	XII

عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات	عدد	رومن عددی علامات
تیرہ	XIII	چودہ	XIV	پندرہ	XV	سولہ	XVI
سترہ	XVII	اٹھارہ	XVIII	انیس	XIX	بیس	XX

مشق 1·1

سیٹ کو لکھنے کے دو آسان طریقے ہیں۔ مثلاً

الف = پہلے تین طاق قدرتی اعداد کا سیٹ یا الف = { 1،3،5 }

پہلے طریقے کو جس میں سیٹ کو ایک فقرے میں بیان کیا گیا ہے بیانیہ طریقہ کہلاتا ہے اور دوسرا طریقہ جس میں سیٹ کے ارکان کو بریکٹوں میں درج کر دیا گیا ہے، اندراجی طریقہ کہتے ہیں - مندرجہ ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقہ سے لکھیں -

(1) آپ کے گھر کے افراد کا سیٹ - (2) آپ کے بستے میں موجود کتابوں کا سیٹ -

(3) آپ کے بستے میں موجود چیزوں کا سیٹ۔(4) آپ کے سکول کے اساتذہ کا سیٹ۔

(5) لام = 29 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ- (6) میم = -10 اور $+10$ کے درمیانی صحیح اعداد کا سیٹ۔

(7) کاف = 20 سے چھوٹے مکمل اعداد کا سیٹ -

مندرجہ ذیل سیٹوں کے چند ارکان دیے ہوئے ہیں، باقی ارکان معلوم کریں -

(8) الف = { 1،2،..........،10 }

(9) با = { 1،3،5،..........،19 }

(10) جیم = { 2،4،6،..........،20 }

(1—1) مطابقت قائم کر کے بتائیں کہ دیے گئے سیٹوں کے جوڑوں میں کون کون سے جوڑے مترادف سیٹوں کے اور کون سے جوڑے غیر مترادف سیٹوں کے ہیں -

(11) کا = {جواد ، فواد} اور ما = {عرفان،عمران}

(12) الف = {1،2،3،4} اور با = {94،96،98،100}

(13) میم = {-1،-3،-5} اور نون = {+1،+3،+5،+6}

(14) الف = قدرتی اعداد 1 تا 10 کا سیٹ اور با = اُردو حروف تہجی ج تا س کا سیٹ۔

(15) خالی اور یک رُکنی سیٹوں کی تین تین مثالیں دیں۔

(16) نیچے سیٹوں کے جوڑے دِیے گئے ہیں۔ بتائیں کیا سیٹ لام سیٹ میم کا تحتی سیٹ ہے۔

(i) لام = {2،4،6} اور میم = {8،6،4،2}

(ii) لام = {0،3،6،9} اور میم = {0،6،9،3،8}

(iii) لام = تمام مثبت صحیح اعداد کا سیٹ اور میم = تمام صحیح اعداد کا سیٹ۔

(iv) لام = تمام صحیح اعداد کا سیٹ اور میم = تمام مکمل اعداد کا سیٹ۔

(v) لام = تمام جفت اعداد کا سیٹ اور میم = تمام صحیح اعداد کا سیٹ۔

(vi) لام = تمام جفت اعداد کا سیٹ اور میم = تمام طاق اعداد کا سیٹ۔

الف = { ، ، ، ، }

با = { ، ، ، }

جیم = { ، ، }

لام = { ، }

نون = { }

(17) اُوپر دِیے ہوئے سیٹوں کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات میں چھوڑی گئی خالی جگہوں میں مناسب جملہ "تحتی سیٹ ہے" یا "تحتی سیٹ نہیں ہے" لکھیں۔

(i) نون ________ لام (ii) نون ________ الف کا

(iii) نون ________ با کا (iv) با ________ جیم کا

(v) جیم ______ لام کا (vi) جیم ______ الف کا

(vii) الف ______ با کا (viii) با ______ الف کا

(ix) الف ______ جیم کا (x) با ______ لام کا

(18) کیا پانچویں جماعت کے طلبہ کا سیٹ اس سکول کے طلبہ کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے؟

(19) کیا ریاضی کی کتابوں کا سیٹ ، کتابوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے ؟

(20) کیا کتابوں کا سیٹ ، کاپیوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے ؟

دُوسرا باب

اجزائے ضربی، مفرد تجزّی

1- اجزائے ضربی : ہم کسی عدد کو حاصل جمع کے طور پر لکھ سکتے ہیں مثلاً
15=7+8 اِس میں 7 اور 8 پندرہ کے جمعی اجزا ہیں۔

نیز 15=4+6+5 اِس لیے 4، 6، 5 بھی 15 کے جمعی اجزا ہیں - 15 کے کئی اور جمعی اجزا بھی ہو سکتے ہیں۔ اسی طرح ہم کسی عدد کو حاصل ضرب کے طور پر بھی لکھ سکتے ہیں۔
مثلاً 12=3×4

یہاں 4×3 یا 12 حاصل ضرب اور 3، 4 اس کے اجزائے ضربی ہیں - ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ :

3 بارہ کا جزو ضربی ہے اور 4 بارہ کا جزو ضربی ہے -
یا یوں بھی کہا جا سکتا ہے کہ 3 بارہ کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے اور 4 بھی 12 کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے ، اس لیے 3 اور 4 بارہ کے اجزائے ضربی ہیں۔

لیکن اگر غور کیا جائے تو صرف 3، 4 ہی 12 کے اجزائے ضربی نہیں ہیں بلکہ ان کے علاوہ 12 کے اجزائے ضربی اور بھی ہیں کیونکہ

2×6=12 اس لیے 2 اور 6 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں -

2×2×3=12 اس لیے 2 اور 3 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں -

1×12=12 اس لیے 1 اور 12 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں -

اس طرح 1، 2، 3، 4، 6، 12 میں سے ہر ایک 12 کا جزو ضربی ہے - اس لیے ہم کہتے ہیں کہ 12 کے تمام اجزائے ضربی کا سیٹ ، مندرجہ ذیل ہے -

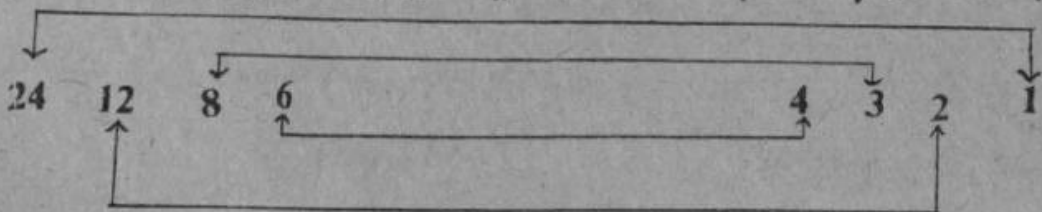
{ 1، 2، 3، 4، 6، 12 }

مثال 1 :- 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کرنا۔

20 عدد 1 سے تقسیم ہو جاتا ہے اِس لیے 1 بیس کا جزوضربی ہے۔
20 عدد 2 سے تقسیم ہوجاتا ہے اِس لیے 2 بیس کا جزوضربی ہے۔
20 عدد 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے اِس لیے 4 بیس کا جزوضربی ہے۔
20 عدد 5 سے تقسیم ہوجاتا ہے اِس لیے 5 بیس کا جزوضربی ہے۔
20 عدد 10 سے تقسیم ہوجاتا ہے اِس لیے 10 بیس کا جزوضربی ہے۔
20 عدد 20 سے تقسیم ہوجاتا ہے اِس لیے 20 بیس کا جزوضربی ہے۔
پس 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1،2،4،5،10،20 }

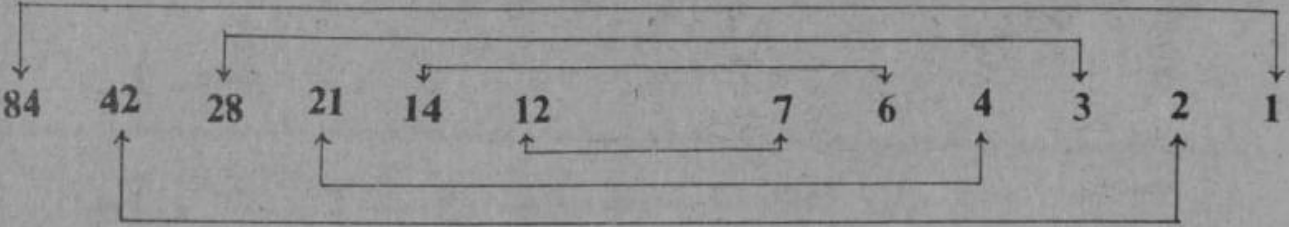
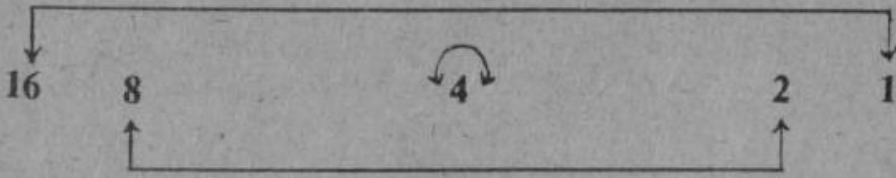
اُوپر کی مثالوں کی مدد سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ 1 ہر ایک عدد کا جزوضربی ہے۔
آئیے اجزائے ضربی کے بارے میں ایک دلچسپ بات پڑھیں۔

مثال 2 :- کوئی سا عدد لیں مثلاً 24

24 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1،2،3،4،6،8،12،24 }
اس سیٹ کے ممبران کو ترتیب صعودی میں لکھا گیا ہے۔
اس ترتیب میں سب سے پہلا جزوضربی 1 اور سب سے آخری 24 ہے جن کا حاصل ضرب 1 × 24 یعنی 24 ہی ہے۔
دُوسرا جزوضربی 2 اور آخر سے پہلا جزوضربی 12 ہے ان کا حاصل ضرب 2 × 12 یعنی 24 ہی ہے۔
اس طرح تیسرا جزوضربی 3 اور آخر سے تیسرا جزوضربی 8 ہے جن کا حاصل ضرب 3 × 8 یعنی 24 ہی ہے۔ اس بات کو مندرجہ ذیل شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

اجزائے ضربی کے جن جوڑوں کو لکیروں سے ملایا گیا ہے ان سب جوڑوں کا حاصل ضرب 24

ہے۔ ہر عدد کے لیے اس طرح کے جوڑے بنائے جا سکتے ہیں۔

مثال 3 : 84 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1‘2‘3‘4‘6‘7‘12‘14‘21‘28‘42‘84 }

84 42 28 21 14 12 7 6 4 3 2 1

مثال 4 :- 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1‘2‘4‘8‘16 }

یہاں $16=16\times1$ ، $16=8\times2$ اور $16=4\times4$

16 کے اجزائے ضربی کی تعداد طاق ہے۔ درمیانی جزوِ ضربی 4 کو اپنے آپ سے ضرب دی جائے تو بھی 16 ہی حاصل ہوتا ہے۔

مشق 1•2

1 — مندرجہ ذیل میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کیجیے۔

6‘14‘15‘16‘21‘28‘30‘32‘40‘45‘48‘49‘50‘54‘55

2 — مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک عدد کے اجزائے ضربی کا سیٹ لکھیے اور مثال 2‘3‘4 کو سامنے رکھ کر اجزائے ضربی کے ایسے جوڑے معلوم کیجیے جن کا حاصل ضرب دیے ہوئے عدد کے برابر ہو۔

8‘9‘22‘26‘36‘42‘35

3 — کیا 5 چودہ کا جزوِ ضربی ہے؟ کیوں؟

4 — سیٹ { 3‘4‘5 } کے کون سے ارکان 15 کے اجزائے ضربی ہیں؟

5 — سیٹ { 3‘4‘5‘6‘7‘8 } کے کون سے ارکان نیچے دیے ہوئے اعداد کے اجزائے ضربی ہیں؟

(ا) 16 (ب) 18 (ج) 20 (د) 21 (ر) 24 (س) 60

6 — مندرجہ ذیل میں کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط؟

(ا) 4 عدد 30 کا جزوضربی ہے۔ (ب) 5 عدد 30 کا جزو ضربی ہے۔
(ج) 2 عدد 30 کا جزوضربی ہے۔ (د) 30 عدد 30 کا جزوضربی ہے۔

2۔ مفرد اعداد:

مثال : 17 کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کرنا۔
1 سترہ کو تقسیم کرتا ہے اِس لیے 1 جزو ضربی ہے 17 کا۔
17 اپنے آپ کو تقسیم کرتا ہے اِس لیے 17 جزوضربی ہے 17 کا۔
1 اور 17 کے علاوہ 17 کا کوئی اور جزو ضربی نہیں ہے۔ پس 17 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 17،1 }
ہم دیکھتے ہیں کہ 17 کے اجزائے ضربی میں صرف دو ممبران ہیں۔
"اگر کسی عدد کے اجزائے ضربی کے سیٹ میں دو ہی ممبران ہوں تو ایسے عدد کو مفرد عدد کہتے ہیں۔" مثلاً 2،3،5،7،11،13 مفرد اعداد ہیں۔
اِس کے برعکس" اگر کسی عدد کے اجزائے ضربی کے سیٹ میں دو سے زیادہ ممبران ہوں تو ایسے عدد کو مرکب عدد کہتے ہیں۔" مثلاً 4 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1،2،4 } جس میں تین ممبران ہیں۔ اس لیے 4 مرکب عدد ہے۔ اس طرح 6،8،9،10 بھی مرکب اعداد ہیں۔

ہمارے لیے مفرد اعداد زیادہ دلچسپ ہیں کیونکہ مُفرد اعداد کی مدد سے ہم کئی دُوسرے نتیجے حاصل کرتے ہیں جن میں سے کچھ اس باب میں اور کچھ اگلے باب میں پڑھیں گے۔
نوٹ: عدد 1 نہ مفرد ہے نہ ہی مرکب کیونکہ اس کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1 } جس کا ایک ہی رُکن ہے۔

مشق 2.2

1۔ مندرجہ ذیل میں سے مفرد اور مرکب اعداد الگ الگ کیجیے۔

6،7،8،9،17،19،21،100،1000،2000،207

2- مندرجہ ذیل میں سے مفرد اعداد الگ کیجیے۔ جو اعداد مفرد نہیں ہیں اُن کے اجزائے ضربی کے سیٹ لکھیے۔ 529'401'203'287'251'163

3- مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(ا) ہر مفرد عدد کے صرف .... ہی اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔

(ب) کسی مفرد عدد کے اجزائے ضربی وہ عدد بذاتِ خود اور .... ہوتے ہیں۔

(ج) اگر کسی عدد کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوں تو وہ .... نہیں ہوتا۔

4- مندرجہ ذیل میں کون سے بیانات درست اور کون سے غلط ہیں؟

(ا) ہر مفرد عدد 1 سے بڑا ہوتا ہے۔ (ب) 2 مفرد عدد ہے۔

(ج) تمام مفرد اعداد طاق اعداد ہوتے ہیں۔

3- اجزائے ضربی کے لحاظ سے دو خاص اعداد

چونکہ $1=1\times 1$ یا $1=\frac{1}{1}$

اس لیے 1 اپنا جزوضربی ہے۔ مگر 1 کا جزوضربی اور کوئی عدد نہیں۔

پس 1 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1 }

نیز $0=0\times 1$ $\therefore$ $0=\frac{0}{1}$

$0=0\times 2$ $\therefore$ $0=\frac{0}{2}$

$0=0\times 3$ $\therefore$ $0=\frac{0}{3}$

....

اس سے معلوم ہوا کہ 0 اعداد 1'2'3'4'...... میں سے ہر ایک پر تقسیم ہوجاتا ہے۔ یعنی ہر عدد 0 کا جزوضربی (اس کے اپنے آپ کے علاوہ) ہوتا ہے۔

مشق 2.3

1- مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(ا) عدد .... ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔

(ب) عدد .... کا صرف ایک ہی جزو ضربی ہوتا ہے۔

(ج) عدد .... کسی عدد کا جزوضربی نہیں ہوتا۔

(د) ہر عدد .... کا جزو ضربی ہوتا ہے۔

2- مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات غلط اور کون سے درست ہیں ؟

(ا) ہر مفرد عدد مکمل عدد ہوتا ہے۔ (ب) ہر طاق عدد مفرد عدد ہوتا ہے -

(ج) کسی مرکب عدد کے غیر متناہی اجزائے ضربی ہوتے ہیں -

(د) صفر کے اجزائے ضربی غیر متناہی ہوتے ہیں -

3- مُفرد اعداد کا ایک جوڑا ایسا ہے جس کا فرق ایک ہے وہ مُفرد اعداد کون سے ہیں -

4- تقسیم پذیری کے جائزے :

(i) 2 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 0'2'4'6'8

ہو تو وہ عدد 2 پر تقسیم ہو جاتا ہے - مثلاً

708 → اکائی کا ہندسہ 8 ، 576 → اکائی کا ہندسہ 6 ، 844 → اکائی کا ہندسہ 4 ، 462 → اکائی کا ہندسہ 2 ، 520 → اکائی کا ہندسہ صفر

(ii) 3 سے تقسیم ہونے والے اعداد : دیا ہوا عدد جن ہندسوں سے بنا ہے ، اِن ہندسوں کو بذاتِ خود اعداد تصوّر کرتے ہوئے جمع کرلیں - اگر یہ مجموعہ 3 سے تقسیم ہوسکتا ہو تو دیا ہوا عدد بھی 3 سے تقسیم ہوسکتا ہے مثلاً

عدد 462 میں ہند سے 2'4'6 ہیں اور 2+4+6=12 اور 12 عدد 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 462 بھی 3 سے تقسیم ہوسکتا ہے - 462 کو 3 پر تقسیم کرکے اُوپر کے نتیجے کی پڑتال کریں -

اِس طرح 576 میں ہند سے 6'7'5 ہیں اور 6+7+5=18 اور 18 تین پر تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 576 بھی 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے۔

لیکن 844 میں ہند سے 4'4'8 ہیں اور 4+4+8 = 16 جو 3 پر تقسیم نہیں ہوسکتا اس لیے 844 بھی 3 پر تقسیم نہیں ہوسکتا - تقسیم کرکے پڑتال خود کریں -

(iii) 4 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کسی عدد کے اکائی اور دہائی کے ہند سے سے بننے والا عدد 4 پر تقسیم ہوسکتا ہو یا یہ دونوں ہند سے صفر ہوں تو وہ عدد بھی 4 پر تقسیم ہوسکتا ہے - مثلاً 84536 میں اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد 36 ہے جو 4 پر تقسیم ہوسکتا ہے اِس لیے 84536 بھی 4 پر تقسیم ہوسکتا ہے -

نیز 100 ' 500 ' 3700 وغیرہ بھی 4 پر تقسیم ہوجاتے ہیں۔

(iv) 5 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 0 یا 5 ہو تو وہ 5 پر تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 68970 اور 369875

(v) 6 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کوئی عدد 2 اور 3 سے تقسیم ہو سکتا ہو تو وہ عدد 6 پر بھی تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 7344

(vi) 9 سے تقسیم ہونے والے اعداد : دیا ہوا عدد جن ہندسوں سے بنا ہے اِن ہندسوں کو اعداد تصوّر کرتے ہوئے جمع کر لیں۔ اگر یہ مجموعہ 9 سے تقسیم ہو سکتا ہو تو دیا ہوا عدد بھی 9 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 87381 میں 1+8+3+7+8 = 27
27 نو سے تقسیم ہو سکتا ہے اس لیے 87381 بھی 9 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ تقسیم کا عمل آپ خُود کر کے دیکھیں۔

مشق 2.4

1- مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 4'2 سے تقسیم ہو سکتے ہیں؟

235677'94596'5872'4773'800'678'575'84

2- مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 3 پر تقسیم ہو سکتے ہیں؟

16125'35124'21178'80415'16241'1902'4860'2718'3415'285

3- 145'415'283'2544' 100011 '312' 246 میں کون سے اعداد :-

(ا) 2 سے تقسیم ہو سکتے ہیں؟ (ب) 3 سے تقسیم ہو سکتے ہیں؟ (ج) 5 سے تقسیم ہو سکتے ہیں؟ (د) 9 سے تقسیم ہو سکتے ہیں؟

4- سوال 3 میں دیے گئے اعداد میں سے کون سے اعداد 6 پر تقسیم ہو سکتے ہیں؟ اور کیوں؟

5- کیا باقی بچتا ہے اگر 31 کو تقسیم کیا جائے؟

(ا) 2 سے (ب) 3 سے (ج) 5 سے

5- دیے ہوئے اعداد میں سے مفرد اعداد معلوم کرنا:

مثال 1 :- 1 سے لے کر 50 تک اعداد لکھیں۔

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31
50	49	48	47	46	45	44	43	42	41

(1) عدد1 مفرد نہیں ہے اِسے کاٹ دیں -

(2) اب پہلا عدد 2 ہے اِسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوضربی 2 ہے -

(3) اب باقی اعداد میں سے پہلا عدد 3 ہے اِسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوضربی 3 ہے (چونکہ ان میں سے کچھ کا جزوضربی 2 بھی ہے اس لیے انہیں پہلے کاٹا جاچکا ہے)

(4) اب جو اعداد باقی رہ گئے ہیں ان میں سے پہلا عدد 5 ہے اسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کو کاٹ دیں جن کا جزوضربی 5 ہے (ان میں سے ایسے اعداد پہلے کاٹے جاچکے ہیں جن کا جزوضربی 2 یا 3 ہے)

(5) اب 7 کو چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوضربی 7 ہے (اس مرتبہ دراصل ہمیں صرف ایک ہی عدد 49 کاٹنا پڑے گا)

اس طرح بچ رہنے والے اعداد 2،3،5،7،11،13،17،19،23،29،31،37،41،43،47 ہیں جوکہ مُفرد اعداد ہیں -

مثال 2 : 121 سے لے کر 160 تک مُفرد اعداد معلوم کرنا -

131	130	129	128	127	126	125	124	123	122	121
142	141	140	139	138	137	136	135	134	133	132
153	152	151	150	149	148	147	146	145	144	143
				160	159	158	157	156	155	154

ایسے تمام اعداد کو کاٹ دیں جن کا جزوضربی 2،3،5 وغیرہ ہو -

127،131،137،139،143،149،151،157 مفرد اعداد ہیں -

مشق 5-2

1 – 1 سے 100 تک اعداد لکھیں اور مثالوں میں دیے گئے طریقے سے (جسے سیو کہتے ہیں) مفرد اعداد معلوم کریں ۔

2 – مندرجہ ذیل کو نقل کیجیے اور سیو کے طریقے سے مفرد اعداد معلوم کیجیے ۔

310	309	308	307	306	305	304	303	302	301
320	319	318	317	316	315	314	313	312	311
330	329	328	327	326	325	324	323	322	321
340	339	338	337	336	335	334	333	332	331
350	349	348	347	346	345	344	343	342	341

6 - تجزّی:

مثال 1 : 18 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1'2'3'6'9'18 } اس سیٹ میں سے اجزائے ضربی 1'2'9 لے کر 18 کو مندرجہ ذیل شکل میں لکھا جا سکتا ہے ۔

$$9 \times 2 \times 1 = 18$$

$1 \times 2 \times 9$ اٹھارہ کی ایک تجزّی ہے ۔ 18 کی چند اور تجزّیاں مندرجہ ذیل ہیں ۔

9×2 ' $6 \times 3 \times 1$ ' 6×3 ' $3 \times 3 \times 2 \times 1$ ' $3 \times 3 \times 2$ ' 18×1 ' 1×18

مثال 2 : 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1'2'4'8'16 }

ہم لکھ سکتے ہیں کہ $16 = 2 \times 2 \times 4$ اس لیے $4 \times 2 \times 2$ سولہ کی ایک تجزّی ہے لیکن چونکہ

$$4 \times 4 = 16$$

$$8 \times 2 =$$

$$16 \times 1 =$$

$$2 \times 4 \times 2 \times 1 =$$

اس لیے 4×4 ' 8×2 ' $1 \times 2 \times 4 \times 2$ وغیرہ بھی سولہ کی تجزّیاں ہیں ۔

مشق 2.6

1 ۔ مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کی تجزی معلوم کیجیے ۔

60‘56‘54‘44‘42‘32‘30‘20‘12‘10‘4

2 ۔ مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کی کم از کم تین تین مختلف تجزیاں بنائیے ۔

45‘40‘26‘24‘20‘12‘8

7 ۔ مفرد تجزی :

مثال 1 : 30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 30‘15‘10‘6‘5‘3‘2‘1 }

چونکہ $1 \times 2 \times 15 = 30$ اس لیے $1 \times 2 \times 15$ تیس کی ایک تجزی ہے ۔

اسی طرح $30 = 2 \times 15$

$= 1 \times 2 \times 15$

$= 5 \times 6$

$= 1 \times 5 \times 2 \times 3$

$= 1 \times 30$ وغیرہ

ہم دیکھتے ہیں کہ 30 کی کئی مختلف تجزیاں ہیں لیکن ان میں سے تجزی $5 \times 2 \times 3$ ایک ایسی تجزی ہے جو دوسروں سے بالکل مختلف قسم کی ہے کیونکہ اس میں استعمال ہونے والے اجزائے ضربی 2‘3‘5 مفرد اعداد ہیں ۔ $5 \times 2 \times 3$ تیس کی مفرد تجزی ہے اور 2‘3‘5 عدد 30 کے مفرد عاد ہیں ۔

آئندہ ہم کسی مرکب عدد کی مختلف تجزیوں میں سے صرف مفرد تجزی میں دلچسپی لیں گے کیونکہ ریاضی میں ایسی تجزی کی زیادہ ضرورت پڑتی ہے ۔

نیز تجزی سے ہماری مراد مُفرد تجزی ہوگی اور اجزائے ضربی سے مراد مُفرد اجزائے ضربی ہوں گے ۔ لیکن جہاں اجزائے ضربی میں مرکب اعداد بھی شامل ہوں گے

وہاں مفرد اور مرکب اجزا کا فرق ظاہر کرنے کے لیے پہلی صورت میں صرف اجزائے ضربی اور دُوسری صُورت میں مفرد اجزائے ضربی کہیں گے۔

مثال 2 : 24 کی تجزی کرنا۔

$24 = 6 \times 4$ (6'4 کو اجزائے ضربی لیا گیا ہے)

$= 2 \times 2 \times 3 \times 2$ (4 اور 6 کے مفرد اجزائے ضربی لیے گئے ہیں)

اس طرح 24 کے مفرد اجزائے ضربی 2'2'3 اور 2 ہیں اور مفرد تجزی $2 \times 2 \times 3 \times 2$ ہے اِسی کو $2 \times 2 \times 2 \times 3$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

ہم 24 کے اجزائے ضربی 12 اور 2 بھی لے سکتے تھے۔ اس طرح

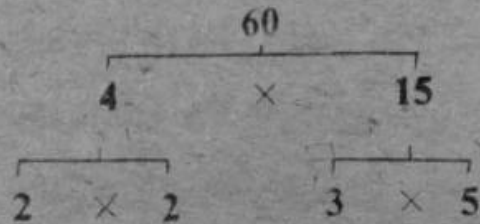
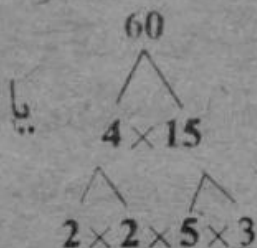
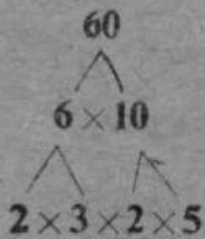
$$24 = 2 \times 12$$
$$= 2 \times 3 \times 4$$
$$= 2 \times 3 \times 2 \times 2$$

- اجزائے ضربی کا کوئی سا جوڑا لیں۔
- اگر دونوں اجزائے ضربی مفرد ہیں تو ہم نے دِیے ہوئے عدد کی تجزی کر لی ہے۔
- اگر دونوں یا ان میں سے ایک مرکب عدد ہے تو ایسے عدد کے مزید اجزائے ضربی بنائیں۔
- یہ عمل اس وقت تک جاری رکھیں جب تک کہ تمام اجزائے ضربی مفرد اعداد نہ آجائیں۔ اس بات کی وضاحت کے لیے ایک اور مثال دی جارہی ہے۔

مثال 3 : 60 کی تجزّی کرنا۔

حل : $60 = 4 \times 15$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

اس عمل کو مندرجہ ذیل طریقے سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

60 → 4×15 → 2×2 ، 3×5

60 → 4×15 → $2 \times 2 \times 5 \times 3$

یا

60 → 6×10 → $2 \times 3 \times 2 \times 5$

مثال 4 : 462 کی تجزّی کرنا -

462
$\wedge$
154×3
$\wedge$
$77 \times 2 \times 3$
$\wedge$
$7 \times 11 \times 2 \times 3$

یا

462
$\wedge$
33×14
$\wedge \quad \wedge$
$11 \times 3 \times 7 \times 2$

یا

462
$\wedge$
22×21
$\wedge \quad \wedge$
$11 \times 2 \times 7 \times 3$

462 کی مفرد تجزّی $11 \times 2 \times 7 \times 3$ یا $11 \times 3 \times 7 \times 2$ یا $7 \times 11 \times 2 \times 3$ ہے۔ انھیں تین نہیں بلکہ ایک تجزّی کہا جائے گا چونکہ اجزائے ضربی کی ترتیب ضرور مختلف ہے لیکن اجزائے ضربی تینوں صورتوں میں وہی ہیں -

مشق 2·7

1 ـ مندرجہ ذیل اعداد کی مفرد تجزّی کیجیے -

231‘196‘180‘108‘70‘60‘45‘40‘27‘16‘8‘4

2ـ مثال 3 ، 4 میں دیے گئے طریقے کے مطابق شکل کے ذریعہ تجزّی کیجیے -

75‘54‘36‘28

3ـ 972 کی مفرد تجزّی کیجیے -

4ـ مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط ؟

(ا) کسی بھی مرکب عدد کو مفرد اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جاسکتا ہے -

(ب) اگر کسی عدد کی تجزّی میں اجزائے ضربی مفرد اعداد ہوں تو ایسی تجزّی کو مفرد تجزّی کہتے ہیں -

(ج) کسی بھی مکمل عدد کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جاسکتا ہے -

5ـ وہ سب سے بڑا مفرد عدد معلوم کیجیے جو 68 کا جزو ضربی ہو -

6ـ وہ سب سے بڑا مفرد عدد معلوم کیجیے جو 148 کا جزو ضربی ہو -

7ـ وہ سب سے بڑا مفرد عدد معلوم کیجیے جو 10,000 کا جزو ضربی ہو -

تیسرا باب

عادِ اعظم ـ ذو اضعاف اقل

1۔ مشترک اجزائے ضربی:

مثال 1 : 12 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 6، 12 }

18 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 6، 9، 18 }

کچھ اجزائے ضربی ایسے ہیں جو دونوں سیٹوں میں موجود ہیں۔

ایسے اجزائے ضربی 1، 2، 3 اور 6 ہیں۔

لہٰذا 12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 6 }

مثال 2 : 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 4، 8، 16 }

24 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 24 }

16 اور 24 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 4، 8 }

مثال 3 : 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 4، 5، 10، 20 }

30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 5، 6، 10، 15، 30 }

40 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 4، 5، 8، 10، 20، 40 }

20، 30، 40 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 5، 10 }

مشق 3.1

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کریں۔

(1) 6، 8 (2) 6، 12 (3) 15، 20 (4) 24، 36 (5) 42، 45

(6) 63، 72 (7) 6، 8، 12 (8) 12، 14، 16 (9) 30، 32، 36

(10) 48، 56، 63 (11) 72، 80، 84 (12) 60، 80، 90

2- سب سے بڑا مشترک جز و ضربی (یا مشترک عادِ اعظم):

مثال 1 : مثال نمبر (1) صفحہ 19 پر غور کریں۔

12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = { 1، 2، 3، 6 }

اس سیٹ میں سب سے بڑا جز و ضربی 6 ہے اسے 12 اور 18 کا **"سب سے بڑا مشترک جز و ضربی"** کہیں گے۔

عربی میں 'سب سے بڑے' کو اعظم کہتے ہیں۔ جز و ضربی کو عاد بھی کہہ سکتے ہیں۔ لہٰذا ہم "سب سے بڑا مشترک جز و ضربی" کہنے کی بجائے صرف **"مشترک عادِ اعظم"** کہیں گے۔

مثال 2 : 24 اور 36 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

24 کے عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 24 }

36 کے عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36 }

24 اور 36 کے مشترک عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 6، 12 }

24 اور 36 کا مشترک عاد اعظم = 12

مثال 3 : 8، 20، 28 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

8 کے عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 4، 8 }

20 کے عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 4، 5، 10، 20 }

28 کے عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 4، 7، 14، 28 }

8، 20 اور 28 کے مشترک عادوں کا سیٹ = { 1، 2، 4 }

ان میں سب سے بڑا مشترک عاد 4 ہے

اس لیے 8، 20 اور 28 کا مشترک عاد اعظم = 4

مشق 3.2

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کے عادوں (اجزائے ضربی) کا سیٹ معلوم کریں۔ پھر مشترک عادوں کا سیٹ لکھیں اور اس طرح مشترک عادِ اعظم معلوم کریں۔

(1) 75‘45 (2) 77‘21 (3) 48‘24 (4) 80‘27 (5) 60‘36

(6) 64‘56 (7) 25‘20‘15 (8) 88‘72‘48 (9) 108‘96‘84

(10) 120‘105‘90 (11) 104‘91‘78 (12) 120‘132‘144

3۔ مفرد تجزّی اور مشترک عادِ اعظم:

مثال (2) صفحہ 20 میں 24 اور 36 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کیا گیا تھا۔ اس مثال میں دیے گئے طریقے کے علاوہ ایک اور طریقے سے بھی مشترک عادِ اعظم دریافت کیا جاسکتا ہے۔ پہلے دونوں اعداد کی مفرد تجزّیاں بناتے ہیں۔

$$3\times2\times2\times2 = 24$$

$$3\times3\times2\times2 = 36$$

جزوِ ضربی 2 دونوں میں دو مرتبہ مشترک ہے اور جزوِ ضربی 3 ایک مرتبہ مشترک ہے۔ اس لیے مشترک عاد اعظم $= 2\times2\times3=12$

اور یہ وہی ہے جو دونوں اعداد کے عادوں کے سیٹ لکھنے کے طریقے سے حاصل ہوا تھا۔

مثال 1 : 165 اور 210 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

$$11\times5\times3 = 165$$

$$7\times5\times3\times2 = 210$$

دونوں میں $(5\times3) = 15$ مشترک ہے۔ یہی دیے ہوئے اعداد کا مشترک عادِ اعظم ہے۔

مثال 2 : 56‘48 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا -

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

$$7 \times 2 \times 2 \times 2 = 56$$

2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ دونوں اعداد میں مشترک ہے -

اس لیے $2 \times 2 \times 2 = 8$ دیے ہوئے اعداد کا مشترک عادِ اعظم ہے -

مثال 3 : 81‘72‘54 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا -

$$3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$$

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

مشترک عادِ اعظم $= 3 \times 3 = 9$

مشق 3•3

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کی مفرد تجزیاں بنائیں اور اس طرح ان کا مشترک عادِ اعظم معلوم کریں -

(1) 45‘30 (2) 84‘96 (3) 275‘35 (4) 90‘700 (5) 108‘36

(6) 175‘72 (7) 60‘45‘30 (8) 32‘44‘28 (9) 60‘50‘20 (10) 64‘28‘8

(11) 126‘84‘42 (12) 75‘55‘35

4- عادِ اعظم بذریعہ تقسیم :

اس کے بعد ہم "مشترک عادِ اعظم" کو آسانی کی خاطر صرف "عادِ اعظم" کہیں گے -

مثال 1 : 48 اور 56 کا عاد اعظم معلوم کرنا -

پہلے ہم اُوپر دی گئی مثال (2) میں دِیے گئے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں -

```
        1
48 / 56
     48      6
     8 / 48
         48
         ×
```

پس عادِ اعظم = 8

مثال 2 : 105 اور 135 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
           1
105 /  135
       105       3
        30 /  105
               90       2
               15 /  30
                     30
                      ×
```

پس عادِ اعظم = 15

مثال 3 : 525 اور 375 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
         1
375 /  525
       375        2
       150 /  375
              300       2
               75 /  150
                     150
                      ×
```

لہٰذا عادِ اعظم = 75

مثال 4 : 377 ، 286 اور 416 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
            1
377 /  416
       377       9
        39 /  377
              351       1
               26 /  39
                     26       2
                     13 /  26
                           26
                            ×
```

اب 286 کو 13 سے تقسیم کریں

```
      22
13 /  286
      26
       26
       26
        ×
```

ہم دیکھتے ہیں کہ 286 بھی 13 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

اس لیے عاد اعظم = 13

مشق 3·4

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کا عاد اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(1) 72'34 (2) 36'150 (3) 256'108 (4) 20'41 (5) 34'9

(6) 280'140 (7) 360'288 (8) 90'72'84 (9) 35'210'105

(10) 75'85'95 (11) 165'135'120 (12) 385'280'40

(13) 384'360'288 (14) 300'240'180

5 - اضعاف :

کوئی سا عدد لیں۔ مثلاً 6

6 تین سے تقسیم ہو جاتا ہے اِس لیے ہم کہتے ہیں کہ 6 تین کا 2 گنا یا صرف یہ کہتے ہیں کہ 6 تین کا گنا ہے۔

6 دو سے بھی تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 6 دو کا بھی گنا ہے۔

اسی طرح 12 دو سے تقسیم ہو جاتا ہے یا 2 بارہ کا جزوِ ضربی ہے۔ اس لیے 12 دو کا گنا ہے۔

3 بھی 12 کا جزوِ ضربی ہے اس لیے 12 تین کا گنا ہے۔ اِسی طرح 12 چار اور چھ کا بھی گنا ہے۔

اب کوئی سا سیٹ لیں مثلاً الف = { 1، 2، 3، 4، 5، 6 }

سیٹ الف کے ممبران ترتیب صعودی میں لکھے گئے ہیں۔ اس سیٹ کے ہر ممبر کو 2 سے ضرب دیں تو ہمیں مندرجہ ذیل سیٹ حاصل ہوتا ہے۔

با = { 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10 ، 12 }

2	4	6	8	10	12
↓	↓	↓	↓	↓	↓
2 کا ایک گنا	2 کا 2 گنا	2 کا 3 گنا	2 کا 4 گنا	2 کا 5 گنا	2 کا 6 گنا

عربی میں "گنا" کے لیے لفظ "ضعف" استعمال ہوتا ہے اس لیے ہم کہتے ہیں کہ سیٹ با کا ہر ممبر یا رُکن 2 کا ضعف ہے یا سیٹ با کے ممبران یا ارکان 2 کے اضعاف ہیں [ضعف کی جمع اضعاف]

اسی طرح 15 تین کا ضعف ہے کیونکہ $15 = 5 \times 3$ یعنی 15 تین کا 5 گنا ہے۔

اگر کسی عدد کے تمام اضعاف معلوم کرنا ہوں تو قدرتی اعداد کے سیٹ کے ممبران کو اس عدد سے ضرب دیتے جائیں مثلاً

قدرتی اعداد کا سیٹ = { 1، 2، 3، 4، 5، 6، ..... }

اس کے ہر ممبر کو 3 سے ضرب دینے سے

3 کے تمام اضعاف کا سیٹ = { 3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، ..... }

اِسی طرح 5 کے اضعاف کا سیٹ = { 5، 10، 15، 20، 25، 30، ..... }

گویا کسی عدد کے اضعاف معلوم کرنا اُسی طرح ہے جس طرح اس عدد سے گننا مثلاً
تین تین کرکے گننا ہو تو گنیں گے۔ 3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، . . . . .
اور پانچ پانچ کرکے گننا ہو تو گنیں گے۔ 5، 10، 15، 20، 25، 30، . . . . .
اور اسی طرح وہی اعداد حاصل ہوتے ہیں جو 3 یا 5 کے اضعاف ہیں -

مشق 3.5

خالی جگہ پُر کیجیے -

(1) 8 عدد 2 کا ضعف ہے- 8 عدد . . . . کا بھی ضعف ہے -
(2) 6 اعداد . . . . اور . . . . کا ضعف ہے -
(3) چونکہ $3 \times 4 = 12$ اِس لیے 12 اعداد 3 اور . . . . دونوں کا ضعف ہے۔
(4) چونکہ $5 \times 6 = 30$ اِس لیے 30 اعداد . . . اور 6 دونوں کا ضعف ہے -
(5) چونکہ $7 \times 8 = 56$ اس لیے 56 اعداد . . . . . اور . . . . . دونوں کا ضعف ہے۔
(6) 50 تک 5 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے -
(7) 60 تک 6 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے -
(8) 70 تک 7 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے -
(9) 80 تک 8 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔
(10) 90 تک 9 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

6 - مشترک اضعاف:

مثال 1 : 2 کے اضعاف کا سیٹ = { 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، . . . . . }
3 کے اضعاف کا سیٹ = { 3، 6، 12، 15، 18، 21، . . . . . }
2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 6، 12، 18، 24، . . . . . }
نوٹ کریں کہ 2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ وہی ہے جو 6 کے اضعاف کا سیٹ ہے -

مثال 2 : 3 کے اضعاف کا سیٹ = { 3،6،9،12،15،18،21،24، ..... }

4 کے اضعاف کا سیٹ = { 4،8،12،16، 20،24،28،32، ..... }

3 اور 4 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 12،24،36،48، ..... }

نوٹ کریں کہ 3 اور 4 کے مشترک اضعاف کا سیٹ وہی ہے جو 12 کے اضعاف کا سیٹ ہے۔

مثال 3 : 5 کے اضعاف کا سیٹ = { 5،10،15،20،25،30،35، ..... }

7 کے اضعاف کا سیٹ = { 7،14،21،28،35،42، ..... }

5 اور 7 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 35،70،105، ..... }

1×35 ، 2×35 ، 3×35

مشق 3·6

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کے اضعاف کا سیٹ لکھیں اور پھر مشترک اضعاف کا سیٹ معلوم کریں ۔

(1) 6،8 (2) 9،15 (3) 6،9 (4) 6،15 (5) 10،12 (6) 12،16

(7) 14،24 (8) 7،13 (9) 8،12 (10) 4،6،8 (11) 5،10،15 (12) 3،5،7

7- چھوٹے سے چھوٹا مشترک ضعف یا ذو اضعاف اقل :

مثال 1 : مثال (1) صفحہ 25 میں ہم نے دیکھا تھا کہ

2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 6،12،18،24،30، .... }

30 کے بعد لگائے گئے نقطے یہ ظاہر کرتے ہیں کہ اور بھی غیر متناہی مشترک اضعاف ہیں اور ہم یہ بھی نوٹ کرتے ہیں کہ اضعاف بڑے ہوتے چلے جاتے ہیں۔

لیکن 2 اور 3 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 6 ہے ۔

عربی میں "سب سے چھوٹے" کو "اقل" کہتے ہیں اس لیے ہم "چھوٹے سے چھوٹے مشترک ضعف" کو "ذو اضعاف اقل" کہیں گے ۔ پس 2 اور 3 کا ذو اضعاف اقل = 6

مثال 2 : 3 کے اضعاف کا سیٹ = { 3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، 24، 27، 30، ..... }

5 کے اضعاف کا سیٹ = { 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35، ..... }

3 اور 5 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 15، 30، 45، 60، 75، ..... }

3 اور 5 کا ذواضعاف اقل = 15

مثال 3 : 6 کے اضعاف کا سیٹ = { 6، 12، 18، 24، 30، 36، 42، 48، 54، ..... }

8 کے اضعاف کا سیٹ = { 8، 16، 24، 32، 40، 48، ..... }

6 اور 8 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = { 24، 48، 72، 96، ..... }

6 اور 8 کا ذواضعاف اقل = 24

مشق 3·7

مشق 3.6 کے ہر سوال میں دیے گئے اعداد کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

8۔ مفرد تجزّی اور ذواضعاف اقل:

مثال 1 : 6 اور 8 کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا۔

$6 = 2 \times 3$ [6 اور 8 کی تجزیوں میں سے کسی ایک میں 2 زیادہ سے زیادہ

$8 = 2 \times 2 \times 2$ تین مرتبہ بطور جزوضربی آیا ہے اور 3 صرف ایک مرتبہ]

پس 6 اور 8 کا ذواضعاف اقل = $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

طریقہ :

6 اور 8 کے تجزیوں میں سے کسی ایک میں 2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ جزوضربی کے طور پر آیا ہے اور 3 صرف ایک مرتبہ۔ اس لیے ذواضعاف اقل میں 2 تین ہی مرتبہ جزوضربی کے طور پر آئے گا اور 3 صرف ایک مرتبہ۔

پس ذواضعافِ اقل = $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

ایسا کیوں ہوتا ہے اس کی وجہ اپنے اُستاد صاحب سے پوچھیں۔

مثال 2 : 12، 18 اور 24 کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا۔

$$\begin{cases} 3 \times 2 \times 2 = 12 \\ 3 \times 3 \times 2 = 18 \\ 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24 \end{cases}$$

کسی ایک تجزی میں 2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ اور 3 زیادہ سے زیادہ دو مرتبہ آیا ہے۔

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

مشق 3.8

مفرد تجزیاں بنا کر دیے ہوئے اعداد کے ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(1) 48،36 (2) 72،48 (3) 100،64 (4) 256،108 (5) 256،100

(6) 60،65 (7) 45،25،15 (8) 24،18،12 (9) 70،65،60 (10) 336،252،84

(11) 625،250،100 (12) 420،210،30

9۔ ذواضعاف اقل معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ:

مثال 1 : 60 اور 84 کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا۔

2	60 ، 84
2	30 ، 42
3	15 ، 21
	5 ، 7

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

پہلے ایسے مفرد اجزائے ضربی سے تقسیم کرتے جائیں جو کہ دونوں اعداد یا پھر حاصل تقسیم سے ملنے والے اعداد میں مشترک ہوں۔ یہ عمل اس وقت تک جاری رکھیں گے جب تک آخر میں مزید مشترک اجزا سے تقسیم کرنا ممکن نہیں رہے گا۔

مثال 2 : 35 ، 28 اور 30 کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا :

2	30 ، 28 ، 35
5	15 ، 14 ، 35
7	3 ، 14 ، 7
	3 ، 2 ، 1

ذواضعاف اقل $= 2\times3\times7\times5\times2 = 420$

مثال 3 : 220 ، 770 اور 660 کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا :

2	660 ، 770 ، 220
2	330 ، 385 ، 110
5	165 ، 385 ، 55
11	33 ، 77 ، 11
	3 ، 7 ، 1

ذواضعاف اقل $= 2\times2\times5\times11\times3\times7 = 4620$

مشق 3.9

مندرجہ ذیل کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے :-

(1) 60، 84 (2) 36، 16 (3) 54، 72 (4) 98، 72

(5) 108، 64 (6) 375، 210 (7) 315، 504

(8) 48، 36، 24 (9) 84، 144، 72 (10) 17، 13، 70

(11) 324، 216، 108 (12) 625، 425، 275

چوتھا باب

کسور کی جمع ، تفریق ، ضرب اور تقسیم

1- مترادف کسریں (اعادہ) :

چوتھی جماعت میں ہم مترادف کسروں کے متعلق پڑھ چکے ہیں - مثلاً $\frac{1}{2}$، $\frac{2}{4}$، $\frac{3}{6}$ مترادف کسریں ہیں کیونکہ دراصل مختصر ترین صورت میں یہ ایک ہی عدد '$\frac{1}{2}$' کو ظاہر کرتی ہیں- $\frac{1}{2}$ کے مترادف اور بھی بہت سی کسریں ہو سکتی ہیں - اس لیے ہم کہتے ہیں کہ

$\frac{1}{2}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\{\frac{1}{2}، \frac{2}{4}، \frac{3}{6}، \frac{4}{8}، \frac{5}{10}، \frac{6}{12}، ......\}$

کسروں کا یہ سیٹ دراصل $\frac{1}{2}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو {1، 2، 3، 4، 5، 6، ......} سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے - لہٰذا کسی بھی کسر کی تمام مترادف کسروں کا سیٹ معلوم کرنے کے لیے اس کسر کے نسب نما اور شمار کنندہ دونوں کو ترتیب وار 1، 2، 3، 4 . . . . . سے ضرب دیتے چلے جائیں - اس طرح

$\frac{3}{4}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\{\frac{3}{4}، \frac{6}{8}، \frac{9}{12}، \frac{12}{16}، .....\}$

2- واجب، غیر واجب اور مخلوط کسریں (اعادہ):

(i) اگر کسی کسر کا مخرج یا نسب نما شمار کنندہ سے بڑا ہو تو ایسی کسر واجب کسر کہلاتی ہے-

مثلاً $\frac{2}{4}$، $\frac{5}{9}$، $\frac{13}{16}$ وغیرہ-

(ii) اگر کسی کسر کا مخرج یا نسب نما شماد کنندہ سے چھوٹا ہو یا اس کے برابر ہو تو ایسی

کسر غیر واجب کسر کہلاتی ہے۔ مثلاً $\frac{4}{2}$، $\frac{9}{5}$، $\frac{16}{13}$، $\frac{4}{3}$، $\frac{5}{5}$، $\frac{11}{11}$، $\frac{14}{14}$ وغیرہ۔

(iii) اگر کسی کسر کے دو حصّے اس طرح ہوں کہ ان میں سے ایک حصّہ صحیح عدد اور دُوسرا حصّہ کسر واجب ہو تو ایسی کسر مخلوط کسر کہلاتی ہے۔

مثلاً $4\frac{5}{6}$، $5\frac{7}{13}$، $13\frac{3}{4}$ وغیرہ۔

ان کسروں کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے: $4+\frac{5}{6}$، $5+\frac{7}{13}$، $13+\frac{3}{4}$ وغیرہ۔

مشق 4·1

(1) مندرجہ ذیل کسروں میں سے ہر ایک کی مترادف کسروں کا سیٹ لکھیے۔

$\frac{2}{3}$، $\frac{3}{5}$، $\frac{4}{5}$، $\frac{5}{6}$، $\frac{3}{7}$، $\frac{6}{11}$، $\frac{7}{10}$، $\frac{7}{9}$، $\frac{5}{11}$، $\frac{3}{11}$، $\frac{11}{12}$، $\frac{5}{12}$

(2) مندرجہ ذیل میں سے واجب، غیر واجب اور مخلوط کسریں الگ الگ کیجیے۔

$\frac{7}{3}$، $\frac{6}{5}$، $\frac{3}{17}$، $7\frac{3}{4}$، $9\frac{5}{6}$، $\frac{4}{5}$، $\frac{2}{3}$، $\frac{11}{13}$، $\frac{10}{7}$، $\frac{11}{5}$، $11\frac{11}{12}$، $\frac{12}{5}$، $\frac{5}{12}$، $5\frac{7}{8}$

3- کسور کی جمع :

مثال 1 : چوتھی جماعت میں سیکھے ہوئے طریقے سے ہم جانتے ہیں کہ

$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$ کو حل کرنے کے لیے پہلے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسریں معلوم کی جاتی ہیں۔

$\frac{3}{4}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \ldots\right\}$

$\frac{5}{8}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \frac{25}{40}, \frac{30}{48}, \ldots\right\}$

ان دونوں سیٹوں میں سے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی ایسی مترادف کسریں تلاش کریں جن کے نسب نما یا مخرج برابر ہیں۔ سیٹوں کو دیکھنے سے پتہ چلتا ہے

کہ $\frac{3}{4}$ کی مترادف کسر $\frac{6}{8}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسر $\frac{5}{8}$ (ہر کسر اپنے آپ کی مترادف ہوتی ہے)

ایسی کسریں ہیں جن کے مخرج (نسب نما) برابر ہیں -

لہٰذا $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}=\frac{5}{8}+\frac{6}{8}=\frac{5+6}{8}=\frac{11}{8}$ لیکن ان ہی سیٹوں میں $\frac{3}{4}$ کی مترادف کسر $\frac{12}{16}$

اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسر $\frac{10}{16}$ بھی ایسی کسریں ہیں جن کے مخرج (نسب نما) برابر ہیں - لہٰذا

$$\frac{22}{16} = \frac{10+12}{16} = \frac{10}{16}+\frac{12}{16} = \frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

جسے مختصر ترین صورت میں لکھنے سے $\frac{11}{8}$ حاصل ہوتا ہے - پس $\frac{11}{8}=\frac{22}{16}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$

اسی طرح $\frac{5}{8}+\frac{3}{4} = \frac{15}{24}+\frac{18}{24} = \frac{15+18}{24} = \frac{33}{24} = \frac{11}{8}$

ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی کوئی بھی برابر نسب نما والی (یا ہم مخرج) مترادف کسریں لینے

سے حاصل جمع وہی رہتا ہے -

اُوپر کی مثال سے معلوم ہوتا ہے کہ:

$$\frac{11}{8} = \underbrace{\frac{5}{8}+\frac{6}{8}}_{(ا)} = \frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا نسب نما 8

$$\frac{11}{18}=\frac{22}{16}=\underbrace{\frac{10}{16}+\frac{12}{16}}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا نسب نما 16 یا 2× 8

اس لیے ا میں دی ہوئی دونوں کسروں کے شمار کنندوں کو بھی 2 سے ضرب دی گئی ہے -

$$\frac{11}{8}=\frac{33}{24}=\underbrace{\frac{15}{24}+\frac{18}{24}}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا نسب نما 24 یا 3 × 8

اس لیے ا میں دی ہوئی دونوں کسروں کے شمار کنندوں کو بھی 3 سے ضرب دی گئی ہے -

اگلا نتیجہ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسروں کے سیٹوں کو دیکھے بغیر لکھا جاسکتا ہے -

$$\frac{11}{8}=\frac{44}{32}=\frac{20}{32}+\frac{24}{32}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

نسب نما 4 × 8 اور شمار کنندوں کو بھی 4 سے ضرب دی گئی ہے -

نتیجہ :(1) کسروں کو جمع کرنے کے لیے ان کو ایسی مترادف کسروں میں تبدیل کرنا ہوتا ہے جن کے نسب نما برابر ہوں -

(2) برابر نسب نماؤں کے لیے "مشترک نسب نما" بھی استعمال ہوتا ہے -

(3) دی ہوئی کسروں کو مشترک نسب نما والی کسروں میں تبدیل کرتے وقت ہمیں "بے شمار مشترک نسب نما" حاصل ہوتے ہیں جیسا کہ اُوپر کی مثال میں 8، 16، 24، 32...... ہیں-

(4) یہ مشترک نسب نما دراصل دی ہوئی کسروں کے نسب نماؤں کے مشترک اضعاف ہیں- ان میں سے کوئی بھی مشترک نسب نما (جوکہ دی ہوئی کسروں کے نسب نماؤں کا مشترک ضعف ہوگا) استعمال کریں گے -

دُوسرے لفظوں میں نسب نماؤں کا ذواضعاف اقل لیں گے-

اس طرح ہمیں مترادف کسروں کے سیٹ نہیں لکھنا پڑیں گے- پس اُوپر کی مثال کو اب مندرجہ ذیل طریقے سے حل کیا جاسکتا ہے -

$\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$ = ؟   4 اور 8 کا ذواضعاف اقل = 8

اس لیے $\frac{5}{8}+\frac{3}{4} = \frac{5}{8}+\frac{\square}{8}$

چونکہ $\frac{3}{4}$ کا نسب نما 8 بنادیا گیا ہے جوکہ 4 کو 2 سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے- اس لیے شمار کنندہ 3 کو بھی 2 سے ضرب دیں تو اس طرح 6 حاصل ہوتا ہے -

پس $\frac{5}{8}+\frac{3}{4} = \frac{5}{8}+\frac{6}{8} = \frac{5+6}{8} = \frac{11}{8}$

مثال 2 : $\frac{13}{6}+\frac{11}{9}$ کو حل کرنا ۔

پچھلی مثال کی طرح یہاں بھی ہمیں دی ہوئی کسروں کو مشترک نسب نما والی کسروں میں تبدیلی کرنا ہوگا ۔ نسب نما 6 اور 9 ہیں ۔ اِن کا ذواضعاف اقل = 18

$$\begin{array}{c|c} 3 & 6\ ,\ 9 \\ \hline & 2\ ,\ 3 \end{array}$$

ذواضعاف اقل $= 3\times 2\times 3 = 18$

اس لیے $\frac{11}{9}+\frac{13}{6} = \frac{2\times 11}{2\times 9}+\frac{3\times 13}{3\times 6} = \frac{22}{18}+\frac{39}{18} = \frac{22+39}{18} = \frac{61}{18}$

یا مختصراً $\frac{11}{9}+\frac{13}{6} = \frac{11\times 2+13\times 3}{18} = \frac{22+39}{18} = \frac{61}{18}$

اگر $\frac{61}{18}$ کو مخلوط کسر میں تبدیل کرنا ہو تو 61 کو 18 پر تقسیم کریں گے ۔

$$18\overline{)\,61\,}\ \ 3$$
$$\frac{54}{7}$$

اس لیے $\frac{61}{18} = 3\frac{7}{18}$

مثال 3 : $\frac{17}{4}+\frac{21}{8}+\frac{41}{12}$ کو مختصر کرنا ۔

2	12 ، 8 ، 4
2	6 ، 4 ، 2
	3 ، 2 ، 1

ذواضعاف اقل $= 2\times 2\times 3\times 2 = 24$

$$\frac{41}{12}+\frac{21}{8}+\frac{17}{4} = \frac{6\times 17}{24}+\frac{3\times 21}{24}+\frac{2+41}{24}$$

$$= \frac{82+63+102}{24}$$

$$= \frac{247}{24}$$

$$= 10\frac{7}{24}$$

$$24\overline{)\,247\,}\ \ 10$$
$$\frac{240}{7}$$

$\frac{17}{4} = \frac{؟}{24} = \frac{؟}{6\times 4}$

$= \frac{6\times 17}{4\times 6}$

اِسی طرح $\frac{21}{8}$ اور $\frac{41}{12}$ کے لیے یہی عمل کریں ۔

مثال 4 : $\frac{64}{5}+\frac{42}{4}+\frac{32}{3}$ کوحل کرنا۔

5، 4، 3 کا ذواضعاف اقل = $3 \times 4 \times 5 = 60$

$$\frac{64}{5}+\frac{42}{4}+\frac{32}{3} = \frac{64 \times 12 + 42 \times 15 + 32 \times 20}{60}$$

$$= \frac{768+630+640}{60}$$

$$= \frac{2038}{60} = 33\frac{58}{60} = 33\frac{29}{30}$$

$$\begin{array}{r|l} & 33 \\ 60 & 2038 \\ & 180 \\ & \overline{238} \\ & 180 \\ & \overline{58} \end{array}$$

مشق 4·2

مختصر کریں۔

(1) $\frac{7}{8}+\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$ (3) $\frac{7}{9}+\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{10}+\frac{4}{5}$

(5) $\frac{13}{21}+\frac{4}{7}$ (6) $\frac{1}{4}+\frac{5}{12}$ (7) $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$ (8) $\frac{4}{6}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

(9) $\frac{15}{18}+\frac{11}{24}+\frac{9}{12}$ (10) $\frac{11}{42}+\frac{21}{28}+\frac{5}{14}$ (11) $\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$ (12) $\frac{8}{9}+\frac{7}{8}+\frac{6}{7}$

(13) $\frac{73}{6}+\frac{48}{9}+\frac{28}{3}$ (14) $\frac{105}{24}+\frac{97}{28}+\frac{65}{14}$

4۔ مخلوط کسروں کی جمع :

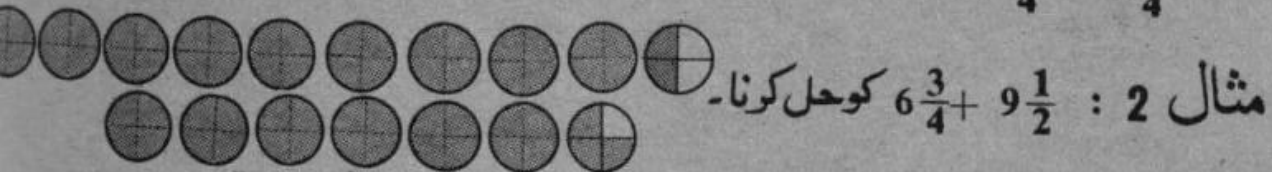
مخلوط کسروں کو جمع کرنے کا ایک طریقہ ہم چوتھی جماعت میں پڑھ چکے ہیں۔ اِسے یہاں دہراتے ہیں۔

مثال 1 : $5\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4}$ کوحل کرنا۔

$$\begin{array}{r} 5\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{4} + \\ \hline 12 + \frac{4}{4} \end{array}$$

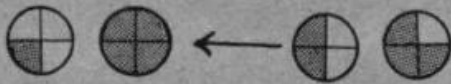
تین چوتھائیوں $\left(\frac{3}{4}\right)$ میں ایک چوتھائی $\left(\frac{1}{4}\right)$ جمع کی تو چار چوتھائیاں $\left(\frac{4}{4}\right)$ حاصل ہوئیں اور 5 میں 7 جمع کرنے سے 12 حاصل ہوا۔

ہمیں یہ بھی معلوم ہے کہ $\frac{4}{4} = 1$ (چار چوتھائیاں = ایک)

$$13 = 12 + 1 = 12 + \frac{4}{4} = 12\frac{4}{4}$$

مثال 2 : $6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2}$ کو حل کرنا۔

حل $6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4} + 9\frac{2}{4}$ ایک آدھے میں دو چوتھائیاں ہوتی ہیں۔

$$\begin{array}{r} 9\frac{2}{4} \\ 6\frac{3}{4} + \\ \hline 15\frac{5}{4} \end{array}$$

$15\frac{5}{4} = 15\frac{5}{4} = 15 + \frac{5}{4}$ یا $15 + \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ ($\frac{5}{4}$ کا مطلب ہے پانچ چوتھائیاں، جسے ایک چوتھائی اور چار چوتھائیاں بھی کہہ سکتے ہیں)

$$= 15 + 1 + \frac{1}{4}$$

$$= 16 + \frac{1}{4} = 16\frac{1}{4}$$

__دُوسرا طریقہ__ : اِسی مثال کو ہم ایک اور طریقے سے حل کرتے ہیں۔

$$6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2}$$

$= \frac{27}{4} + \frac{19}{2}$ (مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کیا)

$= \frac{27+38}{4}$ 2 اور 4 کا ذواضعاف = 4

$= \frac{65}{4} = 16\frac{1}{4}$

مثال 3 : $9\frac{5}{6}+4\frac{1}{4}+8\frac{2}{3}$ کوحل کرنا۔

حل: $9\frac{5}{6}+4\frac{1}{4}+8\frac{2}{3}$

$= \frac{59}{6}+\frac{17}{4}+\frac{26}{3}$

$= \frac{59\times 2+17\times 3+26\times 4}{12}$

$= \frac{118+51+104}{12}$

$\frac{273}{12} = 22\frac{9}{12} = 22\frac{3}{4}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 , 4 , 3 \\ \hline 3 & 3 , 2 , 3 \\ \hline & 1 , 2 , 1 \end{array}$$

ذواضعاف اقل $= 2\times 3\times 2=12$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 12\,\overline{)\,273} \\ \underline{24} \\ 33 \\ \underline{24} \\ 9 \end{array}$$

مشق 4.3

مختصر کریں :۔

(1) $4\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}$ (2) $3\frac{5}{6}+2\frac{2}{3}$ (3) $2\frac{1}{4}+6\frac{3}{4}$

(4) $7\frac{5}{9}+5\frac{2}{3}$ (5) $9\frac{5}{6}+6\frac{3}{8}$ (6) $4\frac{1}{6}+3\frac{3}{5}$

(7) $3\frac{1}{2}+2\frac{7}{8}$ (8) $5\frac{3}{10}+4\frac{2}{5}$ (9) $7\frac{1}{4}+3\frac{5}{6}+5\frac{5}{8}$

(10) $5\frac{2}{5}+4\frac{2}{3}+3\frac{1}{4}$ (11) $2\frac{5}{12}+3\frac{7}{10}+2\frac{1}{6}$ (12) $5\frac{5}{12}+3\frac{3}{8}+1\frac{1}{2}$

6۔ کسور کی تفریق :

مثال 1 : $\frac{7}{8}$ میں سے $\frac{3}{4}$ تفریق کرنا۔

چوتھی جماعت میں ہم پڑھ آئے ہیں کہ ایسی کسروں کی تفریق کے لیے پہلے انہیں مترادف کسروں میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

کسروں کی جمع سیکھتے وقت ہم یہ بھی پڑھ چکے ہیں کہ کسروں کو مشترک نسب نما والی کسروں میں تبدیل کرنے کے لیے دی ہوئی کسروں کے نسب نماؤں کا ذواضعاف اقل معلوم کیا جاتا ہے اور اِس لحاظ سے دی ہوئی کسروں کو مشترک نسب نما والی کسروں میں تبدیل کرلیا جاتا ہے - یہاں بھی یہی عمل کیا جائے گا -

$\frac{1}{8}$ = $\frac{3}{4}$ ⟸ $\frac{7}{8}$

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{8}$$

$$\frac{2\times 3}{2\times 4} - \frac{7}{8} =$$

$$\frac{1}{8} = \frac{6-7}{8} = \frac{6}{8} - \frac{7}{8} =$$

یا مختصراً $\frac{3}{4} - \frac{7}{8} = \frac{6-7}{8} = \frac{1}{8}$

مثال 2 : $\frac{11}{21} - \frac{3}{7}$ کو مختصر کرنا -

$$\frac{11}{21} - \frac{3}{7} = \frac{1\times 11}{1\times 21} - \frac{3\times 3}{3\times 7}$$

$$7 \,|\, 7 , 21$$
$$\quad 1 , 3$$

ذواضعاف اقل $= 7 \times 3 = 21$

$$\frac{11}{21} - \frac{9}{21} =$$

$$= \frac{11-9}{21} = \frac{2}{21}$$

مشق 4·4

مختصر کریں :-

(1) $\frac{2}{3} - \frac{2}{6}$ (2) $\frac{4}{5} - \frac{7}{10}$ (3) $\frac{3}{6} - \frac{3}{8}$ (4) $\frac{5}{7} - \frac{9}{14}$

(5) $\frac{6}{9} - \frac{2}{3}$ (6) $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$ (7) $\frac{7}{12} - \frac{2}{8}$ (8) $\frac{3}{4} - \frac{9}{16}$

(9) $\frac{7}{8} - \frac{1}{3}$ (10) $\frac{6}{7} - \frac{6}{14}$ (11) $\frac{4}{5} - \frac{2}{10}$ (12) $\frac{2}{3} - \frac{1}{12}$

7 - مخلوط کسروں کی تفریق :

مثال 1 : $4\frac{3}{4} - 2$ کو مختصر کرنا -

$$\begin{array}{r} 4\frac{3}{4} \\ 2\ - \\ \hline 2\frac{3}{4} \end{array}$$

دُوسرا طریقہ : $4\frac{3}{4} - \frac{2}{1} = \frac{19}{4} - \frac{2}{1}$

$$= \frac{19 - 2 \times 4}{4} = \frac{19 - 8}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$$

مثال 2 : $8\frac{5}{6} - 6\frac{5}{9}$ کو مختصر کرنا -

$8\frac{5}{6} - 6\frac{5}{9} = \frac{53}{6} - \frac{59}{9}$ دونوں کسروں کو کسر غیر واجب میں تبدیل کیا -

$= \frac{53 \times 3 - 59 \times 2}{18}$ 6 اور 9 کا ذو اضعاف اقل = 18

$= \frac{159 - 118}{18} = \frac{41}{18} = 2\frac{5}{18}$

$$18 \overline{)\,41\,}^{\,2} \quad \begin{array}{r} 41 \\ 36 \\ \hline 5 \end{array}$$

مثال 3 : $7 - 5\frac{3}{4}$ کو مختصر کرنا -

$$\frac{7}{1} - 5\frac{3}{4} = \frac{7}{1} - \frac{23}{4} = \frac{28 - 23}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

مشق 4.5

(1) $3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$ (2) $4 - \frac{3}{4}$ (3) $7 - 4\frac{1}{2}$ (4) $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3}$

(5) $5\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3}$ (6) $4\frac{3}{8} - 1\frac{3}{4}$ (7) $6\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$ (8) $16\frac{5}{24} - 9\frac{5}{6}$

(9) $4\frac{1}{6} - 3\frac{3}{5}$ (10) $13\frac{2}{9} - 5\frac{2}{3}$ (11) $7\frac{1}{5} - 4\frac{7}{10}$ (12) $12\frac{3}{5} - 11\frac{1}{15}$

8- جمع وتفریق :

مثال 1 : $11\frac{8}{15} - 3\frac{7}{10} + 12\frac{4}{5}$ کو مختصر کرنا۔

جملہ $= \frac{173}{15} + \frac{37}{10} + \frac{64}{5} = \frac{346 - 111 + 384}{30} = \frac{149}{30} = 4\frac{29}{30}$

مثال 2 : $6\frac{5}{9} + 7\frac{2}{3} - 15\frac{1}{6}$ کو مختصر کرنا۔

جملہ $= \frac{59}{9} + \frac{23}{3} - \frac{91}{6}$

$= \frac{118 + 138 - 273}{18}$

$= \frac{253}{18} = 14\frac{1}{18}$

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ \hline 18 & 253 \\ & 18 \\ \hline & 73 \\ & 72 \\ \hline & 1 \end{array}$$

مثال 3 : $4\frac{7}{8} - 5\frac{1}{6} - 12\frac{3}{4}$ کو مختصر کرنا۔

جملہ $= \frac{39}{8} - \frac{31}{6} - \frac{51}{4}$

$= \frac{117 - 124 - 306}{24} = \frac{65}{24} = 2\frac{17}{24}$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 24 & 65 \\ & 48 \\ \hline & 17 \end{array}$$

مشق 4.6

مختصر کریں :-

(1) $4\frac{3}{4} - 5\frac{5}{6} + 2\frac{1}{3}$

(2) $7\frac{1}{4} + 3\frac{5}{6} - 5\frac{5}{8}$

(3) $4\frac{1}{4} - 3\frac{4}{6} - 10\frac{5}{8}$

(4) $3\frac{7}{10} - 2\frac{1}{6} - 6\frac{5}{12}$

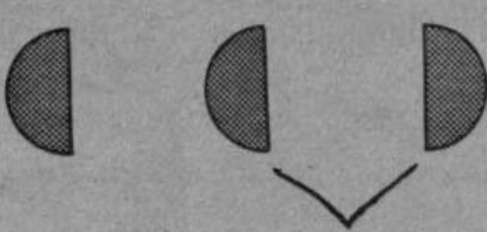
(5) $4\frac{5}{24} + 5\frac{9}{14} - 4\frac{3}{7}$

کسور کی ضرب

9- کسر کو مکمل عدد سے ضرب دینا :

مثال 1 : اگر ایک بچے کو آدھا بسکٹ دینا ہو تو 3 بچوں کے لیے کتنے بسکٹوں کی ضرورت ہوگی؟

ایک بچے کو ملتا ہے = آدھا یا $\frac{1}{2}$ بسکٹ

3 بچوں کے لیے کتنے ؟

$$\frac{3}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

ایک بچے کے لیے، دوسرے بچے کے لیے، تیسرے بچے کے لیے

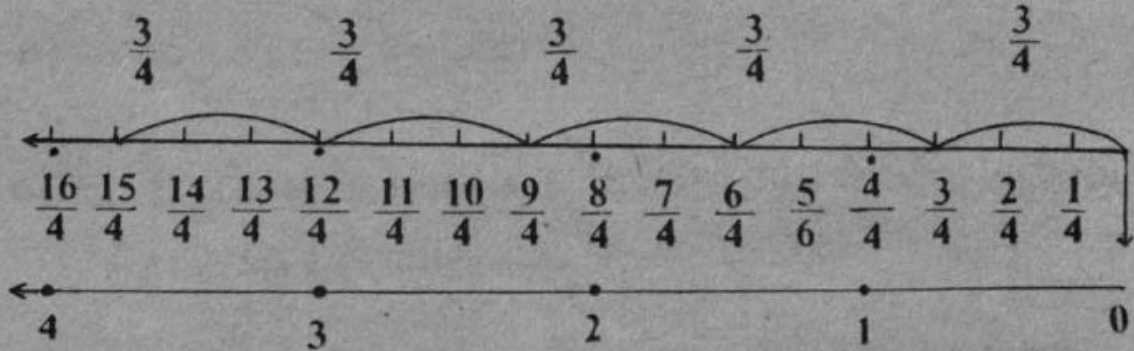
یا 3 × ایک آدھا = 3 آدھے = $\frac{3}{2}$

یا 3 گنا $\frac{1}{2}$ کا = $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

مثال 2 : ایک سبق پڑھنے کے لیے ایک بچے کو پونا گھنٹہ ($\frac{3}{4}$ گھنٹہ) لگتا ہے۔ ایسے ہی 5 سبق پڑھنے میں کتنا وقت لگے گا؟

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{16}{4}$ $\frac{15}{4}$ $\frac{14}{4}$ $\frac{13}{4}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{11}{4}$ $\frac{10}{4}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$

4 3 2 1 0

ایک سبق پڑھنے میں $\frac{3}{4}$ گھنٹے لگتے ہیں۔ 5 سبق پڑھنے میں کتنا وقت لگے گا؟

$$\frac{15}{4} = \frac{3+3+3+3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

یا 5 گنا تین چوتھائیوں کا = 5 × 3 چوتھائیاں = 15 چوتھائیاں = $\frac{15}{4}$

یا $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

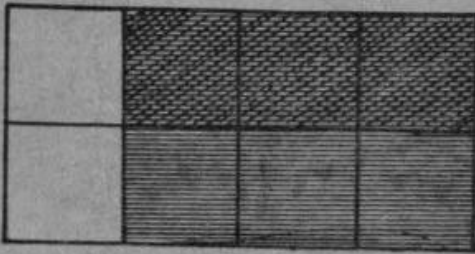
11- کسر کو کسر سے ضرب دینا :

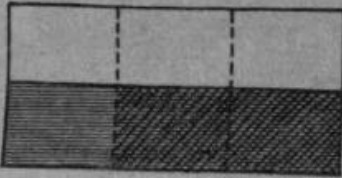
مثال 1 : $\frac{3}{4} \times 8$ (8 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= 6 = \frac{8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 8}{4 \times 1}$

$\frac{3}{4} \times 4$ (4 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= 3 = \frac{4}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4}$

$\frac{3}{4} \times 2$ (2 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4}$

$\frac{3}{4} \times 1$ (ایک گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 1}{4 \times 1}$

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

ہم دیکھتے ہیں کہ جوں جوں مضروب فیہ نصف ہوتے چلے جاتے ہیں حاصل ضرب بھی نصف ہوتے چلے جاتے ہیں۔ "$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$" کا مطلب ہے تین چوتھائی کا آدھا" جوکہ تین آٹھویں ہوتا ہے۔ اِسی بات کو شکل کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔

ہر چوتھائی میں سے آدھا یعنی ایک آٹھواں لینا ہے لہٰذا تین چوتھائیوں میں سے تین آٹھویں لیں گے اور تین آٹھویں $= \frac{3}{8}$

مثال 25 : $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ کو مختصر کرنا۔

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ کا مطلب ہے آدھے کی دو تہائیں۔ ایک چیز نے کو اس کے دو برابر حصے کیے۔ ایک آدھے کو مزید تین برابر حصوں میں تقسیم کیا۔ اب حاصل شدہ ہر ایک حِصّہ اصل چیز کا چھٹا حصّہ ہے اور ہم نے ایسے دو حِصّے لینا ہیں جوکہ دو چھٹویں ہوں گے۔

پس $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 2$ چھٹویں $= \frac{2}{6}$

یا $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6}$

دونوں مثالوں کو سامنے رکھ کر ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ کسروں کو کسروں سے ضرب دینے کے لیے کسروں کے شمار کنندوں کو آپس میں ضرب دیتے ہیں اور نسب نماؤں کو آپس میں۔

مثال 2 : $\frac{21}{32} = \frac{7 \times 3}{8 \times 4} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{4}$

مثال 3 : $6\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4}$ کو مختصر کرنا۔

$$35 = \frac{\overset{5}{\cancel{20}} \times \overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{20}{3} \times \frac{21}{4} = 6\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4}$$

مثال 4 : $68\frac{4}{5} = \frac{344}{5} = \frac{43}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{8}{\cancel{48}}}{5} = 7\frac{1}{6} \times 9\frac{3}{5}$

مشق 4.9

(1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ (2) $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$ (3) $\frac{5}{12} \times \frac{8}{9}$

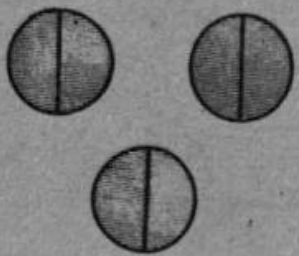
(4) $\frac{35}{42} \times \frac{21}{25}$ (5) $\frac{25}{32} \times 3\frac{3}{5}$ (6) $3\frac{2}{11} \times 8\frac{1}{4}$

(7) $5\frac{12}{13} \times 5\frac{4}{7}$ (8) $4\frac{1}{6} \times 6\frac{3}{5}$ (9) $2\frac{7}{10} \times 3\frac{9}{12}$

(10) $7\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{19}$ (11) $8\frac{2}{3} \times 5\frac{5}{7}$ (12) $11\frac{1}{11} \times 12\frac{1}{12}$

کسور کی تقسیم

12 مکمل عدد کو کسر سے تقسیم کرنا :

مثال 1 : تین دائروی شکل کے کاغذ کے ٹکڑے لیں جن کا سائز ایک ہی ہو، ہر ایک کو دو دو برابر حصّوں میں تقسیم کریں تو اِس طرح کُل 6 آدھے حاصل ہوں گے۔ اگر ایک بچّے کو ایک آدھا ٹکڑا دیا جائے تو اِس طرح کتنے بچّوں کو کاغذ کے یہ ٹکڑے دیے جا سکتے ہیں؟

چونکہ 6 آدھے ہیں اور ہر بچے کو ایک آدھا ملنا ہے اِس لیے 6 بچّوں کو دِیے جا سکتے ہیں۔ علامتی طور پر اِسے ظاہر کریں گے:

$3 \div \frac{1}{2} = \frac{6}{2} \div \frac{1}{2} = $ 6 آدھے ÷ ایک آدھا $= 6$

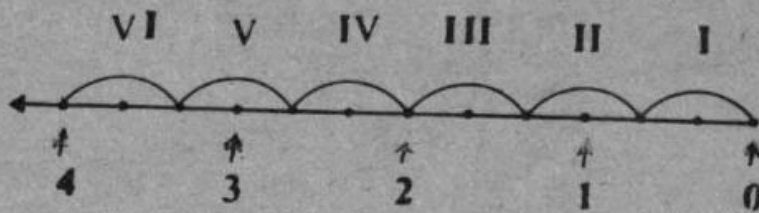
یا $3 \div \frac{1}{2} = 6$ لیکن $\frac{2 \times 3}{1} = 6$

اُوپر والی مثال کو یوں بھی حل کر سکتے ہیں:

6 آدھے
− 1 آدھا ایک بار
5 آدھے
− 1 آدھا 2 بار
4 آدھے
− 1 آدھا 3 بار
3 آدھے

3 آدھے
− 1 آدھا 4 بار
2 آدھے
− 1 آدھا 5 بار
1 آدھے
− 1 آدھا 6 بار
×

اِس طرح بھی 6 حاصل ہوتا ہے پس $3 \div \frac{1}{2} = 6$

مثال 2 : اگر آپ کے پاس 4 میٹر لمبی رسّی ہو تو اِس سے $\frac{2}{3}$ میٹر لمبائی کے کتنے ٹکڑے بنائے جا سکتے ہیں؟

4 میں کتنی تہائیاں؟ 12 تہائیاں

اِس لیے $4 \div \frac{2}{3} = $ 12 تہائیاں ÷ 2 تہائیاں $= 6$

شکل سے بھی یہی ظاہر ہوتا ہے کہ 6 ٹکڑے بن سکتے ہیں۔

$4 \div \frac{2}{3} = 6$ | $\frac{3}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{4}^{2} = 6$

مثال 3 : $9 \div \frac{3}{4} = \frac{36}{4} \div \frac{3}{4} =$ 36 چوتھائیاں ÷ 3 چوتھائیاں = 12

یا $9 \div \frac{3}{4} = 12$ | $\overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{4}{\cancel{3}} = 12$

تینوں مثالوں کے نتائج لکھنے سے ۔

$$3 \div \frac{1}{2} = 6 \qquad 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

$$4 \div \frac{2}{3} = 6 \qquad \overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{3}{\cancel{2}} = 6$$

$$9 \div \frac{3}{4} = 12 \qquad \overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{4}{\cancel{3}} = 12$$

ان سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کسی مکمل عدد کو کسی کسر سے تقسیم کرنے کے لیے کسر کو اُلٹا کو مکمل عدد سے ضرب دے دیں [کیونکہ تقسیم ضرب کا معکوس (اُلٹ) عمل ہے - اِس لیے $\frac{1}{2}$ سے تقسیم کرنے کا مطلب ہے اس کے اُلٹ یعنی $\frac{2}{1}$ سے ضرب دینا]

مثال 4 : $12 \div \frac{6}{5}$

$$12 \div \frac{6}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{1} \times \frac{5}{\cancel{6}} = 10$$

مشق 4·10

مختصر کریں :

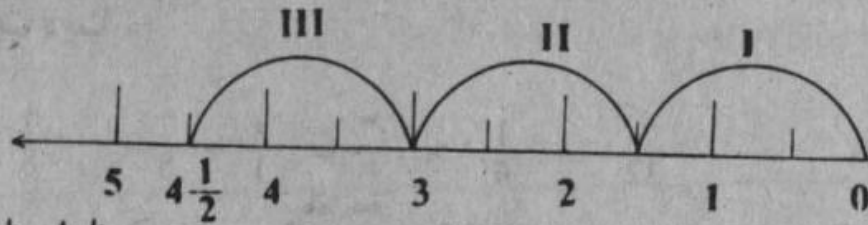
(1) $5 \div \frac{1}{3}$ (2) $6 \div \frac{3}{4}$ (3) $7 \div \frac{1}{7}$ (4) $12 \div \frac{3}{5}$

(5) $15 \div \frac{5}{6}$ (6) $18 \div \frac{3}{7}$ (7) $21 \div \frac{7}{12}$ (8) $32 \div \frac{12}{15}$

(9) $14 \div \frac{2}{7}$ (10) $29 \div \frac{3}{5}$ (11) $35 \div \frac{5}{8}$ (12) $42 \div \frac{14}{15}$

مثال 2 : ساڑھے چار میٹر کپڑے میں سے ڈیڑھ ڈیڑھ میٹر کے کتنے ٹکڑے بنیں گے ؟

III II I

5 $4\frac{1}{2}$ 4 3 2 1 0

ہم ساڑھے چار میٹر لمبی ایک رسّی لیتے ہیں اور اِس میں سے ڈیڑھ ڈیڑھ میٹر کے ٹکڑے کاٹ کر دیکھتے ہیں تو 3 ایسے ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں ۔

اِس لیے $4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = 3$ یا $\frac{9}{2} \div \frac{3}{2} = 3$

مثال 3 : ایک کوئنٹل وزن کا ریلوے کا کرایہ $2\frac{1}{2}$ روپے ہے۔ بتائیں $11\frac{1}{4}$ روپے میں کتنے کوئنٹل وزن بھیجا جاسکتا ہے۔

$11\frac{1}{4}$ روپے $= \frac{45}{4}$ روپے

ایک کوئنٹل وزن کا کرایہ $= 2\frac{1}{2}$ روپے $= \frac{5}{2}$ روپے $= \frac{10}{4}$ روپے

لہٰذا $\frac{45}{4} - \frac{10}{4} = \frac{35}{4}$ (ایک کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی ۔)

$\frac{35}{4} - \frac{10}{4} = \frac{25}{4}$ (2 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی ۔)

$\frac{25}{4} - \frac{10}{4} = \frac{15}{4}$ (3 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی ۔)

$\frac{15}{4} - \frac{10}{4} = \frac{5}{4}$ (4 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی ۔)

اب ہمارے پاس $\frac{5}{4}$ روپے بچ رہتے ہیں جو $2\frac{1}{2}$ روپے کا آدھا ہیں اِس لیے $\frac{1}{2}$ کوئنٹل وزن اور بھی بھیج سکتے ہیں ۔

پس کل وزن جو بھیجا جاسکتا ہے $= 4\frac{1}{2}$ کوئنٹل

یا $\frac{45}{4} \div \frac{5}{2} = 4\frac{1}{2}$ یا $\frac{45}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$

تینوں مثالوں کو سامنے رکھ کر ہم دیکھتے ہیں کہ

$$3 = \frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} \qquad 3 = \frac{\cancel{2}^{1}}{1} \times \frac{3}{\cancel{2}_{1}}$$

$$3 = 1\frac{1}{2} \div 4\frac{1}{2} \qquad 3 = \frac{\cancel{2}^{1}}{{}_{1}\cancel{3}} \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \div 11\frac{1}{4} \qquad \frac{9}{2} = \frac{\cancel{2}^{1}}{{}_{1}\cancel{5}} \times \frac{\cancel{45}^{9}}{{}_{2}\cancel{4}}$$

لہٰذا کسی کسر کو کسی کسر سے تقسیم کرنے کے لیے پہلی کسر کو دُوسری کسر کے اُلٹ سے ضرب دے دیتے ہیں۔

مشق 4.12

مختصر کریں۔

(1) $1\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{2}$ (2) $1\frac{1}{4} \div 13\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{4} \div 12\frac{3}{8}$

(4) $1\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3} \div 15\frac{2}{3}$ (6) $\frac{8}{5} \div 12\frac{4}{5}$

(7) $1\frac{5}{8} \div 17\frac{1}{3}$ (8) $1\frac{2}{3} \div 5\frac{5}{6}$ (9) $2\frac{3}{14} \div 8\frac{6}{7}$

(10) $\frac{3}{10} \div 15\frac{3}{5}$ (11) $5\frac{3}{8} \div 13\frac{2}{3}$ (12) $5\frac{2}{3} \div 31\frac{2}{5}$

پانچواں باب

کسور اعشاریہ

1 - چوتھی جماعت میں آپ کسور اعشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آپ کسور اعشاریہ کی جمع اور تفریق بھی سیکھ چکے ہیں۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ کسور اعشاریہ کو کسی مکمل عدد سے کس طرح ضرب دی جاتی ہے۔ اِس باب میں آپ ان عنوانات کا اعادہ کرنے کے علاوہ کسور اعشاریہ کے متعلق کچھ اور واقفیت حاصل کریں گے اور ان کی ضرب اور تقسیم کے متعلق بھی پڑھیں گے ۔

مشق 5·1 (اعادہ)

(1) مندرجہ ذیل اعداد کو کسور اعشاریہ میں لکھیں :
دو دسویں ، سات سویں ، باسٹھ سویں ، دس اور بیالیس سویں ، چار سو پندرہ اور بارہ سویں ، آٹھ سو اٹھائیس صفر دسویں اور تین سویں ۔

(2) الفاظ میں لکھیں: ·35 ، 2·49 ، 25·06 ، ·09 ، 407·03 ، 100·01

(3) حل کریں : (i) 3·5 + 2·4 (ii) 15·7 + 4·6 (iii) 50·8 + 5·08
(iv) ·07 + ·24 + ·35 (v) 325·1 + 32·51 + 3251

(4) حل کریں : (i) 2·4 — 3·5 (ii) 14·9 — 25·4
(iii) 24·9 — 42·01 (iv) 99·5 — 816·05 (v) 214·09 — 412·08

(5) حل کریں : (i) 30·95 — 25·05 + 8·16 (ii) 400·44 — 365·02 + 214·09

(6) حل کریں : (i) 5 × 4·5 (ii) 12 × 364·02 (iii) 308 × 145·09

عام طور پر ایسے عدد کو جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کم از کم ایک غیر صفر ہندسہ موجود ہو، کسر اعشاریہ کہتے ہیں ۔

مثلاً 2 ۰ ، 05 ۰ ، 13۰ ، 4.35 ، 07 ۰ 102 وغیرہ کسورِ اعشاریہ ہیں۔ 35 ۰ 4 میں 4 صحیح عددی حصّہ اور 35۰ کسری حصّہ ہے۔ اِسی طرح 07 ۰ 102 میں 102 صحیح عددی حصّہ اور 07۰ کسری حصّہ ہے۔

جس کسرِ اعشاریہ میں صحیح عددی حصّہ "1" یا "1" سے بڑا ہو، اِسے مخلوط کسرِ اعشاریہ کہتے ہیں۔

مثلاً 35 ۰ 4 اور 07 ۰ 102 مخلوط کسرِ اعشاریہ ہیں۔ اِسی طرح 15 ۰ 1 ، 01 ۰ 1 ، 37 ۰ 15 ، 43 ۰ 145 وغیرہ بھی مخلوط کسورِ اعشاریہ ہیں۔

اگر کسی دی ہوئی کسرِ اعشاریہ میں صحیح عددی حصّہ نہ ہو تو عام طور پر نقطہ اعشاریہ کے بائیں طرف صفر لگا دیتے ہیں۔ اِس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ اِس کسرِ اعشاریہ کا صحیح عددی حِصّہ موجود نہیں ہے۔

اگر کسی کسرِ اعشاریہ میں صحیح عددی حِصّہ صفر ہو تو اِسے واجب کسرِ اعشاریہ کہتے ہیں۔

مثلاً 2 ۰ 0 ، 13 ۰ 0 ، 05 ۰ 0 ، 99 ۰ ، 18 ۰ وغیرہ واجب کسورِ اعشاریہ ہیں۔

2۔ کسرِ اعشاریہ کا مرتبہ :

کسی کسرِ اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف موجود ہندسوں کی تعداد کو اِس کسرِ اعشاریہ کا مرتبہ یا درجہ کہتے ہیں۔

مثلاً کسورِ اعشاریہ 28 ۰ 3 ، 15 ۰ ، 06 ۰ 9 میں ہر ایک کا مرتبہ دو ہے کیونکہ ان میں سے ہر ایک میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد دو ہے۔

جن کسورِ اعشاریہ کا مرتبہ برابر ہو، اُنھیں "ہم مرتبہ" کسورِ اعشاریہ کہتے ہیں۔

کسورِ اعشاریہ 8 ۰ 1 ، 7 ۰ 0 ، 3 ۰ ، 4 ۰ 189 ہم مرتبہ ہیں کیونکہ ان سب کا مرتبہ "ایک" ہے۔ یاد رہے کہ کسور 8 ۰ 1 ، 80 ۰ 1 ، 800 ۰ 1 وغیرہ میں سے ہر ایک کا مرتبہ "ایک" ہے۔ واضح رہے کہ کسی کسرِ اعشاریہ کا مرتبہ معلوم کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کے

دائیں طرف ان صفروں کا شمار نہیں کیا جاتا، جن کے بعد کوئی اور غیر صفر ہندسہ نہ ہو۔

3- ہندسوں کی مقامی قیمت :

آپ پچھلی جماعتوں میں ہندسوں کی مقامی قیمت کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ عدد 3333 میں دائیں طرف سے پہلے 3 کی مقامی قیمت 3 ہی ہے جبکہ دُوسرے 3 کی مقامی قیمت 30 ، تیسرے 3 کی مقامی قیمت 300 اور چوتھے 3 کی مقامی قیمت 3000 ہے ۔

پس $3333 = 3 + 30 + 300 + 3000$

اِسے نیچے دِیے ہوئے جدول سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں :

جدول

	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار
ہندسہ	3	3	3	3
مقامی قیمت	3	30	300	3000

آپ پڑھ چکے ہیں کہ کسی دِیے ہوئے عدد میں دائیں سے بائیں جانے میں ہر ہندسے کی مقامی قیمت اِس سے پہلے والے ہندسے کی مقامی قیمت کا " دس گنا" ہوتی ہے، جبکہ بائیں سے دائیں جانے میں یہ مقامی قیمت " دسواں" ہوتی ہے ۔

اُوپر دِیے ہوئے جدول میں مزید ہندسے لے کر اِسے دائیں اور بائیں دونوں طرف مزید بڑھا سکتے ہیں ۔ ہر مقام کا ایک خاص نام ہے ۔ اِن میں سے چند مقامات اور اِن کے نام اگلے صفحے پر دیے گئے جدولوں میں دیے گئے ہیں، جبکہ کچھ اور مقامات اور اِن کے ناموں کا ذکر اگلی جماعتوں میں آئے گا ۔

مثال 1 : 3333.33 کو جدول سے ظاہر کریں ۔

جدول

	سویں	دسویں	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار
ہندسہ	3	3	3	3	3	3
مقامی قیمت	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{10}$	3	30	300	3000

33 · 3333 کو پڑھیں گے "تین ہزار تین سو تینتیس اور 3 دسویں 3 سویں یا تین ہزار تین سو تینتیس اعشاریہ تین تین۔

مثال 2 : 333 · 33333 کو جدول سے ظاہر کریں۔

جدول

	ہزارویں	سویں	دسویں	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار	دہ ہزار
ہندسہ	3	3	3	3	3	3	3	3
مقامی قیمت	$\frac{3}{1000}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{10}$	3	30	300	3000	30000

4-کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تحویل کرنا :

مثال 1 : 33 · 3333 کو کسر عام میں تحویل کریں۔

حل : $3333 \cdot 33 = 3333 + \frac{3}{10} + \frac{3}{100}$

$= \frac{333300}{100} + \frac{30}{100} + \frac{3}{100}$ (مترادف کسریں بنانے سے)

$= \frac{333333}{100}$

مثال 2 : 012 · 4 کو کسر عام میں تحویل کریں۔

حل : $4 \cdot 012 = 4 + \frac{0}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000}$

$= \frac{4000}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{10}{1000} \quad \frac{2}{1000}$ (مترادف کسریں بنانے سے)

$= \frac{4012}{1000}$

نتیجہ :

کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تحویل کرنے کے لیے دی ہوئی کسر اعشاریہ سے نقطہ اعشاریہ حذف کر دیں۔ اس طرح جو عدد حاصل ہوگا وہ مطلوبہ کسر عام کا شمار کنندہ ہوگا۔ مطلوبہ کسر عام کا مخرج حاصل کرنے کے لیے ہندسہ "1" لکھ کر اس کے دائیں طرف اتنے صفروں کا اضافہ کریں جتنا کہ دی ہوئی کسر اعشاریہ کا مرتبہ ہے مثلاً

$$\frac{4003}{10000} = \cdot 4003 \text{ ، } \frac{4012}{1000} = 4 \cdot 012 \text{ ، } \frac{333333}{100} = 3333 \cdot 33$$ اور

$$\frac{41}{1000} = \frac{041}{1000} = \cdot 0\,41 =$$

041 اور 41 ایک ہی عدد 'اکتالیس' کو ظاہر کرتے ہیں، کیونکہ 041 میں سینکڑے کا ہندسہ صفر ہے۔ دُوسرے لفظوں میں 041 میں "1" اکائی اور 4 دہائیاں ہیں جو کہ دراصل عدد "41" ہے۔ اسی طرح 41 ، 041 ، 0041 ، 00041 وغیرہ بھی ایک ہی عدد یعنی اکتالیس کو ظاہر کرتے ہیں۔

پس کسی مکمل عدد کے بائیں طرف والے آخری ہندسے کے بائیں طرف ایک یا زیادہ صفروں کا اضافہ کرنے سے اس عدد کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔

اب آپ کسور 2 · 41 اور 2·410 پر غور کریں۔

$$\frac{241}{100} = \frac{2410}{1000} = 2 \cdot 410$$ اور $$\frac{241}{100} = 2 \cdot 41$$

پس ظاہر ہوا کہ 2.41 اور 2.410 بھی ایک ہی عدد "$\frac{241}{100}$" کو ظاہر کرتے ہیں۔ اب آپ خود ہی دیکھ سکتے ہیں کہ 2 · 41 ، 2 · 410 ، 2 · 4100 وغیرہ بھی ایک ہی عدد "$\frac{241}{100}$" کو ظاہر کرتے ہیں۔

پس کسی کسر اعشاریہ کے دائیں طرف والے آخری ہندسے کے دائیں طرف ایک یا زیادہ صفروں کا اضافہ کرنے سے کسر تبدیل نہیں ہوتی۔

5- کسور اعشاریہ کا مقابلہ :

مثال 1 : کسور 15.72 اور 9.72 کا مقابلہ کریں۔

حل: ان کسور میں کسری حصے برابر ہیں، جبکہ پہلی کسر کا صحیح عددی حصہ دوسری کسر کے صحیح عددی حصہ سے بڑا ہے۔ پس $15.72 > 9.72$

<u>دوسرا طریقہ</u> : 15.72 اور 9.72 ہم مرتبہ کسور ہیں۔ نقطہ اعشاریہ حذف کرنے سے اعداد 1572 اور 972 حاصل ہوئے۔ چونکہ 1572 بڑا ہے 972 سے

پس $15.72 > 9.72$

مثال 2 : 0145. اور 145. میں سے کون سی کسر بڑی ہے ؟

حل: ان کسور اعشاریہ کا مقابلہ کرنے کے لیے ہم انہیں کسور عام میں تحویل کریں گے۔

$$\frac{145}{1000} = \cdot 145 \text{ ، } \frac{145}{10000} = \frac{0145}{10000} = \cdot 0145$$

دونوں کسور کے شمار کنندے برابر ہیں لیکن 0145. کا مخرج، 145. کے مخرج سے بڑا ہے۔ پس کسر 0145. چھوٹی ہے 045. سے۔ یعنی $\cdot 145 > \cdot 0145$

<u>دُوسرا طریقہ</u> : 0145. اور 145. کو ہم مرتبہ کرنے سے 0145. اور 1450. حاصل ہوا۔ نقطہ اعشاریہ حذف کرنے سے اعداد 145 (= 0145) اور 1450 حاصل ہُوئے۔ چونکہ 145 چھوٹا ہے 1450 سے۔ پس کسر 0145. چھوٹی ہے، کسر 145. سے۔ یعنی $\cdot 145 > \cdot 0145$

مشق 5.2

(1) مخلوط کسر اعشاریہ میں ظاہر کریں :

$$\frac{1}{100} + 100 \text{ ، } \frac{4}{100} + 165 \text{ ، } \frac{42}{100} + 34 \text{ ، } \frac{1}{10} + 2$$

(2) کون سا بیان دُرست ہے ؟

(I) پاکستان کی آبادی 70· کروڑ یا 0 · 7 کروڑ ہے۔

(II) تندرست انسان کا درجۂ حرارت 9.84 یا 37 درجے سینٹی گریڈ ہوتا ہے۔

(III) ایک ہیکٹو گرام میں 00 · 10 گرام یا 1000 ·گرام یا 0 · 100 گرام ہوتے ہیں۔

(3) اگر ایک مستطیلی شکل کو 100 برابر حصّوں میں تقسیم کیا جائے تو نیچے دِیے ہوئے حِصّے کُل شکل کی کون سی کسر اعشاریہ ہوں گے :

4 حصّے ، 9 حصّے ، 10 حصّے ، 73 حصّے ، 90 حصّے

(4) ہم مرتبہ کسروں کو الگ کریں :

(I) 4·35 ، 25·012 ، 34·05 ، ·12 ، 45·3

(II) 9·40 ، 22·5 ، ·80 ، ·7 ، 9·04

(III) 6 · 305 ، 6 · 035 ، 6 · 530 ، 6 · 503 ، 6 · 350

(5) نیچے دی ہوئی کسور اعشاریہ میں ہر ہندسے کی مقامی قیمت بتائیں اور کسور جدول سے ظاہر کریں :

435·87 ، 1234·56 ، 978·05 ، 735·491 ، 5432·9876

(6) دی ہوئی کسور اعشاریہ کو کسور عام میں تحویل کریں :

·3 ، ·8 ، ·70 ، ·40 ، ·45 ، ·04 ، ·045

3·054 ، 15·001 ، 1050·08 ، 1000·001 ، 4000·04

(7) مندرجہ ذیل کسور کو ترتیب صعودی اور ترتیب نزولی میں لکھیں :

(I) 6·435 ، 16·03 ، 9·8

(II) 8·005 ، ·987 ، 26·01

(III) 4·63 ، 463 ، ·463

6- کسور اعشاریہ کی 10 ، 100 ، 1000 وغیرہ سے ضرب :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں :

$58 = 58 \cdot 0 = 10 \times 5 \cdot 8$ (i) $580 = 580 \cdot 0 = 100 \times 5 \cdot 8$ (ii)

$5800 = 5800 \cdot 0 = 1000 \times 5 \cdot 8$ (iii)

نتیجہ :

کسی کسر اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 ...... سے ضرب دینے کے لیے فقط نقطہ اعشاریہ کو بالترتیب ایک ، دو، تین .... مراتب دائیں طرف سرکایا جاتا ہے۔

اگر دی ہوئی کسر میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف والے ہندسے تعداد میں ان مراتب سے کم ہوں تو کسر کے انتہائی دائیں جانب والے ہندسے کے بعد مناسب تعداد میں صفروں کا اضافہ کر لیتے ہیں۔ جیسے $27 = 10 \times 2 \cdot 7$

$270 = 100 \times 2 \cdot 7$ ، $2700 = 1000 \times 2 \cdot 7$ ، $27000 = 10000 \times 2 \cdot 7$

7- کسور اعشاریہ کی کسور اعشاریہ سے ضرب :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں :

$\cdot 12 = \frac{12}{100} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \cdot 4 \times \cdot 3$ (i)

$\cdot 06 = \frac{6}{100} = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \cdot 2 \times \cdot 3$ (ii)

$\cdot 72 = \frac{72}{100} = \frac{36}{10} \times \frac{2}{10} = 3 \cdot 6 \times \cdot 2$ (iii)

$\cdot 84 = \frac{840}{1000} = \frac{105}{100} \times \frac{8}{10} = 1 \cdot 05 \times \cdot 8$ (iv)

$118 \cdot 734 = \frac{118734}{1000} = \frac{514}{10} \times \frac{231}{100} = 51 \cdot 4 \times 2 \cdot 31$ (v)

$\cdot 0008 = \frac{8}{10000} = \frac{2}{100} \times \frac{4}{100} = \cdot 02 \times \cdot 04$ (vi)

$\cdot 0015 = \frac{15}{10000} = \frac{5}{100} \times \frac{3}{100} = \cdot 05 \times \cdot 03$ (vii)

نتیجہ :

دو کسورِ اعشاریہ کو آپس میں ضرب دینے کے لیے نقطہ اعشاریہ کا خیال رکھے بغیر اعداد کو آپس میں ضرب دیں۔ بعد میں مضروب اور مضروب فیہ کے مراتب اعشاریہ گن کر حاصل ضرب میں اتنے ہی مرتبوں کے بعد نقطہ اعشاریہ لگالیں۔

اگر حاصل ضرب میں ہندسوں کی تعداد کل مراتب اعشاریہ کی تعداد سے کم ہو تو حاصل ضرب میں انتہائی بائیں جانب کے ہندسے کے بعد حسبِ ضرورت صفروں کا اضافہ کر لیں۔

اس نتیجہ کی رُو سے سوالوں کو مندرجہ ذیل طریقے سے بھی حل کر سکتے ہیں۔

مثال 1 :

$$\begin{array}{r} 2\cdot8 \\ \cdot8\times \\ \hline 22\cdot4 \\ \hline \end{array}$$

مثال 2 :

$$\begin{array}{r} 7\cdot5 \\ 2\cdot6\times \\ \hline \cdot450 \\ 150 \\ \hline 19\cdot50 \\ \hline \end{array}$$

مثال 3 :

$$\begin{array}{r} \cdot012 \\ \cdot58\times \\ \hline 96 \\ 60 \\ \hline \cdot00696 \\ \hline \end{array}$$

واضح رہے کہ ان تینوں مثالوں میں حاصل ضرب میں مرتبہ اعشاریہ دونوں رقموں کے مراتب اعشاریہ کے مجموعہ کے برابر ہے۔ ضرب کا عمل مکمل اعداد کے سیٹ میں ضرب کے عمل کے عین مطابق ہے۔

مشق 5·3

(1) نیچے دی ہوئی کسروں کو بالترتیب 10، 100 اور 1000 سے ضرب دیں :

32·001 ، ·05 ، ·8 ، 2·3 ، 4·29 ، ·376 =

(2) ضرب دیں : (I) 5·3 کو 8 سے ، 4·9 کو 6 سے ، 8·3 کو 9 سے۔

(II) 4·8 کو 15 سے ، 3·02 کو 27 سے ، 9·31 کو 64 سے۔

(3) حل کریں

(I) $\begin{array}{r}2\cdot9\\ \cdot7\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}4\cdot7\\ \cdot6\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}8\cdot5\\ \cdot9\times\\ \hline\end{array}$

(II) $\begin{array}{r}6\cdot35\\ \cdot8\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}7\cdot22\\ \cdot13\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}4\cdot31\\ 1\cdot9\times\\ \hline\end{array}$

(III) $\begin{array}{r}2\cdot409\\ 2\cdot6\ \times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}145\cdot65\\ \cdot46\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}781\cdot03\\ 4\cdot12\times\\ \hline\end{array}$

(IV) $\begin{array}{r}45\cdot54\\ \cdot83\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}76\cdot07\\ \cdot03\times\\ \hline\end{array}$ ، $\begin{array}{r}84\cdot09\\ \cdot007\times\\ \hline\end{array}$

(4) ایک کنبہ روزانہ 2·9 کلوگرام خوراک استعمال کرتا ہے۔ بتائیں کہ ایک ہفتہ میں کتنی خوراک اِستعمال ہوگی۔

(5) ایک موٹر کار 72·05 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 14·2 گھنٹوں میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

8-کسور اعشاریہ کی تقسیم :

(i) کسور اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 وغیرہ پر تقسیم کرنا :

نیچے دی ہوئی مثالوں پر غور کریں۔

$$\cdot24 = \frac{24}{100} = \frac{1}{10} \times \frac{24}{10} = 10 \div \frac{24}{10} = 10 \div 2\cdot4$$

$$\cdot024 = \frac{24}{1000} = \frac{1}{100} \times \frac{24}{10} = 100 \div \frac{24}{10} = 100 \div 2\cdot4$$

$$\cdot0024 = \frac{24}{10000} = \frac{1}{1000} \times \frac{24}{10} = 1000 \div \frac{24}{10} = 1000 \div 2\cdot4$$

ان مثالوں پر غور کرنے سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ

کسی کسر اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 ،.... پر تقسیم کرنے کے لیے اِس کسر میں نقطہ اعشاریہ کو بالترتیب ایک، دو، تین ..... درجے بائیں طرف سرکا دینا ہی کافی ہے۔

اگر کسر میں نقطہ اعشاریہ کے بائیں طرف ہندسوں کی تعداد حسب ضرورت مراتب سے کم ہو تو حاصل شدہ عدد کے انتہائی بائیں طرف والے ہندسے کے بعد مناسب تعداد میں صفروں کا اضافہ کر لیتے ہیں۔

پس $123{\cdot}45 \div 10 = 12{\cdot}345$ ، $123{\cdot}45 \div 100 = 1{\cdot}2345$

$123{\cdot}45 \div 1000 = {\cdot}12345$ ، $123{\cdot}45 \div 10000 = {\cdot}012345$

$123{\cdot}45 \div 100000 = {\cdot}0012345$

(ii) <u>کسر اعشاریہ کو قدرتی اعداد پر تقسیم کرنا</u> : مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : ${\cdot}8$ کو 4 پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ : $\cdot 8 \div 4 = \frac{8}{10} \div 4 = \frac{8}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{10} = {\cdot}2$

دُوسرا طریقہ :

$$4 \overline{\smash{)}\,{\cdot}8}\quad \text{quotient } {\cdot}2;\quad 8,\ \times$$

پس $8 \div 4 = {\cdot}2$

مثال 2 : $6{\cdot}2 \div 20$ کو حل کریں۔

پہلا طریقہ : $6{\cdot}2 \div 20 = \frac{62}{10} \div 20 = \frac{62}{10} \times \frac{1}{20} = \frac{31}{100} = {\cdot}31$

دوسرا طریقہ :

$$20 \overline{\smash{)}\,6{\cdot}2}\quad \text{quotient } {\cdot}31;\quad 60,\ 20,\ 20,\ \times$$

پس $6{\cdot}2 \div 20 = {\cdot}31$

مثال 3 : $45 \div 2\cdot07$ کو حل کریں ۔

پہلا طریقہ : $\cdot046 = \frac{46}{1000} = \frac{1}{\cancel{45}_1} \times \frac{\overset{46}{\cancel{2070}}}{1000} = \frac{1}{45} \times \frac{207}{1000} = 45 \div \frac{207}{100} = 45 \div 2\cdot07$

دوسرا طریقہ :

$$45 \,/\, \overline{207} \quad \text{quotient } \cdot046$$

```
        ·046
  45 /  207
        180
        ---
         270
         270
         ---
          ×
```

پس $\cdot046 = 45 \div 2\cdot07$

مثال 4 : $347\cdot28$ کو 24 پر تقسیم کریں ۔

حل

```
         14·47
  24 /  347·28
         24
         ---
         107
          96
         ---
         112
          96
         ---
         168
         168
         ---
          ×
```

پس $14\cdot47 = 24 \div 347\cdot28$

نتیجہ :

کسی کسرِ اعشاریہ کو قدرتی عدد سے تقسیم کرنے کا عمل قدرتی اعداد میں تقسیم کے عمل کے مطابق ہے۔ البتّہ یہ احتیاط رکھنا ضروری ہے کہ نقطہ اعشاریہ مقسوم میں جس مقام پر ہو حاصل قیمت میں بھی یہ اسی مقام پر رہے گا ۔

(iii) کسورِ اعشاریہ کو کسورِ اعشاریہ پر تقسیم کرنا : نیچے دی ہوئی مثالوں پر غور کریں۔

1 : $\cdot9$ کو $\cdot3$ پر تقسیم کریں :

پہلا طریقہ : $3 = \frac{10}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{10} \div \frac{9}{10} = \cdot3 \div \cdot9$

دُوسرا طریقہ :

```
         ·3
  ·3 /  ·9
        ·9
        --
         ×
```

پس $3 = \cdot3 \div \cdot9$

مثال 2: $4\cdot8 \div 1\cdot2$ کوحل کریں۔

پہلا طریقہ: $4\cdot8 \div 1\cdot2 = \frac{48}{10} \div \frac{12}{10} = \frac{48}{10} \times \frac{10}{12} = 4$

دوسرا طریقہ:

$1\cdot2 \overline{)4\cdot8}$ = 4
4·8
4·8
×

یا

$12 \overline{)48}$ = 4
48
48
×

پس $4\cdot8 \div 1\cdot2 = 4$

مثال 3: $\cdot125$ کو $\cdot5$ پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ: $\cdot125 \div \cdot5 = \frac{125}{1000} \div \frac{5}{10} = \frac{\overset{25}{\cancel{125}}}{\underset{100}{\cancel{1000}}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{5}} = \frac{25}{100} = \cdot25$

دوسرا طریقہ:

$\cdot5 \overline{)\cdot125}$ = ·25
·125
·10
25
25
×

یا

$5 \overline{)1\cdot25}$ = ·25
1·25
10
25
25
×

پس $\cdot125 \div \cdot5 = \cdot25$

مثال 4: $\cdot5$ کو $\cdot125$ پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ: $\cdot5 \div \cdot125 = \frac{5}{10} \times \frac{125}{1000} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} \times \frac{\overset{100}{\cancel{1000}}}{\underset{25}{\cancel{125}}} = 4$ یا $\frac{100}{25} = 4$

دوسرا طریقہ:

$125 \overline{)500}$ = 4
500
500
×

یا

$\cdot125 \overline{)\cdot500}$ = 4
·500
500
×

پس $\cdot5 \div \cdot125 = 4$

اُوپر دی ہوئی مثالوں سے واضح ہوتا ہے کہ پہلے تقسیم کنندہ کے نقطہ اعشاریہ کو حذف کرکے اِسے قُدرتی عدد بنالیں۔ پھر مقسوم میں نقطہ اعشاریہ کو اتنے ہی مراتب دائیں طرف سرکائیں جتنا کہ تقسیم کنندہ کا مرتبہ تھا۔ تقسیم کا باقی عمل (ii) کی طرح ہے۔

مشق 5·4

دی ہوئی کسور اعشاریہ میں ہر ایک کو 10 ، 100 ، 1000 پر تقسیم کریں۔

(1) 4678·9 ، 467·89 ، 46·789 ، 4·6789 ، ·46789 ، ·046789

(2) 3421·5 ، 876·29 ، 88·032 ، 57·006 ، ·0009

حل کریں :

(3)	3÷1·8	(4)	4 ÷ 3·2	(5)	6 ÷ 4·8
(6)	9 ÷ 5·4	(7)	14 ÷ 2·24	(8)	16 ÷ 22·4
(9)	28 ÷ ·224	(10)	45 ÷ ·1575	(11)	35 ÷ 157·5
(12)	105 ÷ 15·75	(13)	105 ÷ 1·575	(14)	105 ÷ ·1575

حل کریں :

(15)	·2 ÷ ·8	(16)	·3 ÷ ·9	(17)	·3 ÷ ·15
(18)	·03 ÷ ·15	(19)	·01 ÷ ·15	(20)	·01 ÷ ·24
(21)	2·8 ÷ 4·48	(22)	·28 ÷ 4·48	(23)	·16 ÷ ·448
(24)	2·6 ÷ 124·8	(25)	·26 ÷ 12·48	(26)	·48 ÷ 1·248
(27)	·48 ÷ ·1248	(28)	·01 ÷ 437·8	(29)	·004 ÷ 43·76

(30) اگر آپ ایک ہفتہ میں اپنی کتاب کا 07. حصہ پڑھیں تو بتائیں کہ ایک دن میں کتنا حصہ پڑھیں گے۔

(31) مَیں نے 4·56 کلومیٹر فاصلہ 2·4 منٹ میں طے کیا۔ بتائیں ایک منٹ میں کتنا فاصلہ طے کیا۔

(32) ایک موٹرکار 1·52 لِٹر پٹرول اِستعمال کرکے 8. کلومیٹر چل سکتی ہے۔ بتائیں ایک کلومیٹر چلنے میں کتنا پٹرول اِستعمال ہوگا۔

چھٹا باب

اکائی کا قاعدہ اور اوسط

اکائی کا قاعدہ :

نیچے دی ہوئی مثال پر غور کریں ۔

مثال 1 : اگر 12 گیندوں کی قیمت 48 روپے ہو تو ایسی 21 گیندوں کی قیمت معلوم کریں۔

اِس سوال کو حل کرنے سے پہلے ہم اپنے آپ سے مندرجہ ذیل سوال پوچھتے ہیں ۔

12 گیندوں کی قیمت کیا ہے ؟ 48 روپے

1 گیند کی قیمت کم ہو گی یا زیادہ ؟ "کم"

پس ایک گیند کی قیمت معلوم کرنے کے لیے 48 کو 12 پر تقسیم کریں گے ۔

یعنی 1 گیند کی قیمت $= 48 \div 12 = 48 \times \frac{1}{12} = 4$ روپے

اب ہمیں ایک گیند کی قیمت معلوم ہو چکی ہے اور 21 گیندوں کی قیمت معلوم کرنی ہے ۔ چونکہ 21 گیندوں کی قیمت ایک گیند کی قیمت سے زیادہ ہو گی اِس لیے ہم ضرب کا عمل کریں گے ۔

پس 21 گیندوں کی قیمت $= 4 \times 21 = 84$ روپے

اِس سوال کو مختصر طور پر یوں کریں گے ۔

12 گیندوں کی قیمت $= 48$ روپے

1 گیند کی قیمت $= 48 \div 12 = 48 \times \frac{1}{12}$ روپے

21 گیندوں کی قیمت $= \overset{4}{\cancel{48}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{12}}} \times 21 = 84$ روپے

مثال 2 : حکومت نے ایک درجن انڈوں کی قیمت 3.50 روپے مقرر کی ۔ بتائیے ڈھائی درجن انڈوں کی قیمت کیا ہوگی ؟

12 انڈوں کی قیمت $= \frac{7}{2}$ روپے

1 انڈے کی قیمت $= \frac{1}{12} \times \frac{7}{2}$ روپے

30 انڈوں کی قیمت $= \frac{1}{\cancel{12}_{2}} \times \frac{7}{2} \times \cancel{30}^{5} = \frac{35}{4} = 8.75$ روپے

مثال 3 : ایک مکان کا سالانہ کرایہ 2700 روپے ہے ۔ مالک مکان کو اس پر 360 روپے سالانہ جائیداد ٹیکس ادا کرنا پڑتا ہے ۔ جس مکان کا سالانہ جائیداد ٹیکس 240 روپے ہو اس کا سالانہ کرایہ کیا ہوگا ؟

360 روپے سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ $= 2700$ روپے

1 روپیہ سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ $= 2700 \times \frac{1}{360}$

240 روپے سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ $= \cancel{2700}^{900} \times \frac{1}{\cancel{360}_{3}} \times \cancel{240}^{2}$

$= 2 \times 900 = 1800$ روپے

مشق 6.1

(1) کینو 5.52 روپے فی درجن ملتا ہے ۔ سوا تین درجن کینو کی قیمت کیا ہوگی ؟

(2) 40 میٹر کپڑے کے تھان کی قیمت 104.60 روپے ہے ۔ 9 میٹر 5 ڈیسی میٹر کپڑے پر کیا خرچ ہوگا ؟

(3) یاسمین کے گھر سے سکول کا فاصلہ 3.60 کلو میٹر ہے ۔ اِس فاصلے کو طے کرنے میں 45 منٹ لگتے ہیں ۔ معلوم کریں 1 گھنٹہ 55 منٹ میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گی ؟

(4) ایک لِٹر دُودھ کی قیمت 2.25 روپے ہے ۔ 20.25 روپے میں کتنا دُودھ آئے گا ؟

(5) ایک گھرانے کا ماہوار خرچ 385 روپے تھا، چیزوں کی قیمتیں بڑھنے کی وجہ سے خرچ میں 33 روپے کا اضافہ ہوا۔ اگر ایک اور گھرانے کے خرچ میں اضافہ 36 روپے ہو تو اِس کا ماہوار خرچ معلوم کریں۔

(6) ایک دوکان دار 100 روپے کے مال پر 10.95 روپے نفع کماتا ہے۔ بتائیے وہ 975 روپے کے مال پر کِتنا نفع کمائے گا؟

(7) احمد اپنی تنخواہ سے 1 روپیہ میں 10 پیسے کے حساب سے۔ جی۔پی۔ فنڈ میں کٹواتا ہے۔ اگر وہ ہر مہینے 24 روپے فنڈ میں دیتا ہو تو اس کی ماہوار تنخواہ معلوم کریں۔ نیز یہ بھی معلوم کریں کہ وہ سالانہ جی۔پی فنڈ میں کیا ادا کرتا ہے؟

(8) 35 روپے کے مال پر 4 روپے رعایت مِل جاتی ہے۔ بتائیے 315 روپے کے مال پر کتنی رعایت ملے گی؟

(9) نُوردین کے پاس 3000 روپے جمع تھے۔ اس نے ان پر 75 روپے زکواۃ دی۔ اُس نے 100 روپے پر کِتنی زکواۃ دی؟ احمد دین کے پاس 3775 روپے ہیں وہ ان پر کتنی زکواۃ دے گا؟

(10) ایک شخص 75 روپے اِنکم ٹیکس ادا کرتا ہے جبکہ اس کی سالانہ قابلِ ٹیکس آمدنی 2200 روپے ہے۔ اگر وہ 175 روپے اِنکم ٹیکس ادا کرے تو اس کی سالانہ قابلِ ٹیکس آمدنی کیا ہو گی؟

(11) ایک گھرانے نے عیدالفطر پر 9 روپے فطرانہ دیا جبکہ اس گھرانے میں کُل 5 فرد تھے۔ ایک فرد کا کتنا فطرانہ بنا؟ جب فطرانہ 7.20 روپے ہو تو افرادِ خانہ کی تعداد معلوم کریں۔

اوسط:

تمہید:۔ اوسط کا لفظ وسط سے بنا ہے۔ وسط کا مطلب ہے "درمیان" اور اوسط درمیان والی مقدار کو کہتے ہیں۔ ریاضی میں اوسط سے مراد ایسی مقدار ہوتی ہے

جو چند دی ہوئی مقداروں کی مناسب طور پر نمائندگی کرتی ہو۔

فرض کریں ایک طالب علم پیر کے روز 10، منگل کو 16، بدھ کو 14، جمعرات کو 12 اور جمعہ کو 18 سوالات حل کرتا ہے اور ہم یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ سوالات کی کون سی تعداد ہے جو اس کے روزانہ کام کو بہتر طور پر ظاہر کرتی ہے۔ سوالات کی تعداد کو ہم بڑھتی ہوئی ترتیب میں یوں لکھ سکتے ہیں۔ 10، 12، 14، 16، 18

سوالات کی کل تعداد = 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 70

اگر وہ 10 سوالات روزانہ کرتا تو کل سوالات 50 ہوتے۔

اگر وہ 12 سوالات روزانہ کرتا تو کل سوالات 60 ہوتے۔

اگر وہ 14 سوالات روزانہ کرتا تو کل سوالات 70 ہوتے۔

اگر وہ 16 سوالات روزانہ کرتا تو کل سوالات 80 ہوتے۔

اگر وہ 18 سوالات روزانہ کرتا تو کل سوالات 90 ہوتے۔

پس معلوم ہوا کہ اِس مثال میں درمیانہ عدد یعنی 14 فی یوم سوالات کو سب سے بہتر طور پر ظاہر کرتا ہے۔

اب فرض کریں کہ پانچ دنوں میں حل کیے ہوئے سوالات کی تعداد بالترتیب یوں ہے۔ 10، 13، 14، 17، 26

سوالات کا مجموعہ = 80

اگر طالب علم 10 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 50 ہوتے۔

اگر طالب علم 13 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 65 ہوتے۔

اگر طالب علم 14 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 70 ہوتے۔

اگر طالب علم 17 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 85 ہوتے۔

اگر طالب علم 26 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 130 ہوتے۔

اب 70 کے مقابلہ میں 85 زیادہ قریب ہے 80 کے۔

پس موجودہ صورت میں عدد 17 دِیے ہوئے اعداد کی بہتر طور پر نمائندگی کرتا ہے۔

اِن مثالوں سے معلوم ہوا کہ اگرچہ بعض اوقات چند دی ہوئی مقداروں میں سے درمیانی مقدار ان کی نمائندگی کر سکتی ہے مگر ہمیشہ ایسا نہیں ہوتا۔ اِس لیے ہمیں کوئی بہتر طریقہ معلوم کرنا چاہیے۔ اگر ہم (دُوسری صورت میں) سوالات کی کُل تعداد کو دنوں کی کُل تعداد پر تقسیم کریں (5 ÷ 80) تو عدد 16 حاصل ہوتا ہے۔ اگر طالب علم روزانہ 16 سوالات حل کرتا تو 5 دنوں میں 80 سوالات حل کر لیتا۔ ہم کہتے ہیں کہ 16 دیے ہوئے اعداد کی اوسط ہے۔ یاد رہے یہ ضروری نہیں کہ دی ہوئی مقداروں کی اوسط ان مقداروں میں سے ہی کوئی عدد ہو جیساکہ اُوپر کی مثال میں 16 دی ہوئی مقداروں میں سے کوئی عدد نہیں۔

اوسط کی کئی قسمیں ہیں۔ یہاں ہم صرف حسابی اوسط کے متعلق پڑھیں گے اور آسانی کی خاطر حسابی اوسط کی بجائے صرف "اوسط" لکھیں گے۔

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 1: پہلے دن آپ نے اپنے جیب خرچ میں سے 50 پیسے، دُوسرے دن 25 پیسے، تیسرے دن 35 پیسے اور چوتھے دن 46 پیسے خرچ کیے۔ اِس طرح آپ نے 4 دِنوں میں کل 156 پیسے خرچ کیے۔ اگر آپ روزانہ 39 پیسے خرچ کرتے تو پھر بھی آپ کا 4 دِن کا خرچ 156 پیسے ہوتا۔

پس ہم اِس کو اس طرح کہیں گے کہ آپ کا 4 دِنوں کا اوسط خرچ 39 پیسے ہے۔ دُوسرے لفظوں میں اگر آپ کے چار دنوں کا خرچ جمع کر کے دنوں کی تعداد کو 4 پر تقسیم کر دیا جائے تو اوسط خرچ حاصل ہوتا ہے۔

یعنی اوسط خرچ $= \frac{46 + 35 + 25 + 50}{4} = \frac{156}{4} = 39$ پیسے

مثال 2: علیم الدین نے ایک میچ میں 91، دُوسرے میں 29، تیسرے میں 40، چوتھے میں صفر اور پانچویں میں 10 رنز بنائے یعنی پانچ میچوں میں اُس نے کُل 170 رنز بنائے۔ اگر وہ ہر میچ میں 34 رنز بناتا تو تب بھی رنز کی کُل تعداد 170 رہتی۔ پس اوسط رنز کی تعداد 34 ہوئی۔

یعنی اوسط رنز $= \frac{10 + 0 + 40 + 29 + 91}{5} = \frac{170}{5} = 34$ رنز

ان مثالوں پر غور کرنے سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ اوسط سے مُراد ہم ایسا عدد لیں گے جو دی ہوئی مقداروں کے مجموعے کو مقداروں کی تعداد پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے - یعنی

$$\text{اوسط} = \frac{\text{تمام مقداروں کا مجموعہ}}{\text{تمام مقداروں کی تعداد}}$$

مثال 3: اصغر نے حساب کے ایک امتحان میں 75، دُوسرے میں 55 اور تیسرے میں 89 نمبر حاصل کیے۔ اس کے اوسط نمبر فی امتحان معلوم کریں -

حل: کل نمبر $= 75 + 55 + 89 = 219$

کل امتحان $= 3$

اوسط نمبر $= \frac{219}{3} = 73$

مثال 4: مری میں ایک دن 4 سم، دُوسرے دن 2.2 سم، تیسرے دن 2.7 سم، چوتھے دن صفر، پانچویں دن 4.8 سم، چھٹے دن 0.6 سم اور ساتویں دن 1.2 سم بارش ہوئی - ہفتہ میں اوسط بارش کتنی ہوئی ؟

حل: کل بارش $= .4 + 2.2 + 2.7 + 0 + 4.8 + 0.6 + 1.2 = 11.9$

کل دن $= 7$

اوسط بارش $= \frac{11.9}{7} = 1.7$ سینٹی میٹر

مشق 6.2

(1) مندرجہ ذیل دِیے گئے اعداد کی اوسط معلوم کریں -

(i) 11 ، 15 ، 19 (ii) $2\frac{1}{3}$ ، $4\frac{1}{4}$ ، $1\frac{1}{2}$ ، $2\frac{5}{6}$ (iii) 1.3 ، 2.1 ، 4.5 ، 0.8 ، 3.7

(2) اکرم نے کرکٹ کے میچوں میں بالترتیب 12 ، 60 ، 40 ، صفر اور 98 رنز بنائے۔ اس نے اوسطاً فی میچ کتنے رنز بنائے ؟

(3) ریاضی کے امتحان میں 6 طالب علموں نے بالترتیب 75، 80، 62، 95، 21 اور

39 نمبر حاصل کیے۔ ان کے اوسط نمبر معلوم کریں۔

(4) علی کی امّی جان نے ایک ہفتے میں مندرجہ ذیل رقم خرچ کی:
پیر: 12.50 روپے، منگل: 15.75 روپے، بدھ: 5.35 روپے، جمعرات 21.04 روپے،
جمعہ: 12.00 روپے، ہفتہ: کوئی خریداری نہیں کی، اتوار: 17.15 روپے۔
روزانہ کا اوسط خرچ کیا ہوگا؟

(5) نیاز بیگ کے چار کھیتوں کی گندم کی پیداوار بالترتیب 5 میٹرک ٹن، $2\frac{1}{2}$ میٹرک ٹن، 3 میٹرک ٹن اور $4\frac{1}{2}$ میٹرک ٹن ہے۔ معلوم کریں اسے فی کھیت اوسطاً کتنے میٹرک ٹن گندم حاصل ہوئی۔

(6) احمد دین ہمالا ئبریری کا ممبر تھا۔ اُس نے جنوری کے مہینے 11 کتابیں، فروری کے مہینے 6 کتابیں، مارچ کے مہینے 10 کتابیں اور اپریل کے مہینے 9 کتابوں کا مطالعہ کیا۔ احمد دین نے ہر ماہ کتنی اوسط کتابوں کا مطالعہ کیا؟

(7) جون کے مہینے میں ایک ہفتہ کا درجۂ حرارت اس طرح ریکارڈ کیا گیا۔
پیر: 45°، منگل: 46°، بدھ: 44°، جمعرات: 40°، جمعہ: 42°، ہفتہ: 43°
اور اتوار: 48° - جون کے اس ہفتہ کا اوسط درجۂ حرارت کیا ہوگا؟

(8) مدد علی کو پہلے ماہ: 199.95 روپے، دُوسرے ماہ: 201.25 روپے، تیسرے ماہ: 95.05 روپے، چوتھے ماہ: 210.75 روپے آمدنی ہُوئی۔ اس کی چار ماہ کی اوسط آمدنی معلوم کریں۔

(9) ایک سکول میں پانچویں کلاس کے سیکشن ا، ب، ج، د اور ر میں طلباء کی تعداد بالترتیب 55، 62، 58، 59 اور 61 تھی۔ پانچوں سیکشنوں میں طلباء کی اوسط تعداد کیا ہے؟

(10) جمیلہ نے ڈپو سے 3 کلوگرام چینی بحساب 4 روپے فی کلوگرام اور بازار سے 2 کلوگرام چینی بحساب 7.50 روپے فی کلوگرام خریدی۔ چینی کی اوسط قیمت فی کلوگرام کیا ہے؟

(11) نعیم کے پاس 5 درجن کینو تھے۔ اُس نے 2 درجن کینو بحساب 35 پیسے فی کینو اور بقایا 3 درجن کینو بحساب 40 پیسے فی کینو فروخت کیا۔ اس کی فی درجن اوسط قیمت فروخت معلوم کریں۔

(12) جاوید نے 6 کاپیاں خریدیں۔ اُس نے 2 کاپیاں 2.50 روپے فی کاپی، ایک کاپی 3.25 روپے، ایک کاپی 1.75 روپے اور 2 کاپیاں 1.50 روپے فی کاپی خریدیں۔ جاوید نے کاپیوں کی کیا اوسط قیمت ادا کی ؟

(13) عید الفطر پر اللہ رکھا نے 4 بھیڑیں بحساب 225 روپے فی بھیڑ، 2 بھیڑیں بحساب 315 روپے فی بھیڑ اور دو بھیڑیں 550 روپے فی بھیڑ فروخت کی۔ اس کی اوسط قیمت فروخت معلوم کریں۔

اوسط پر متفرق سوالات

مثال 1: ایک بچے کا 7 دن کا اوسط جیب خرچ 50 پیسے ہو تو اس کا 7 دن کا کُل جیب خرچ کیا ہوگا ؟

حل : 7 دن کا اوسط جیب خرچ = 50 پیسے

7 دن کا کُل جیب خرچ = 50 × 7 = 350 پیسے

پس اگر مقداروں کی اوسط معلوم ہو تو

مقداروں کا مجموعہ = مقداروں کی تعداد × اوسط مقدار

ان کی وضاحت کے لیے چند اور مثالیں دی جاتی ہیں۔

مثال 2: 6 عددوں کی اوسط 19 ہے۔ اگر پہلے 5 عددوں کی اوسط 21 ہو تو چھٹا عدد معلوم کریں۔

حل : 6 عددوں کی اوسط = 19

پس 6 عددوں کا مجموعہ = 19 ×6 = 114

پہلے پانچ عددوں کا اوسط = 21

پس پہلے پانچ عددوں کا مجموعہ = 21 × 5 = 105

چھٹا عدد = 6 عددوں کا مجموعہ — 5 عددوں کا مجموعہ = 114 — 105

چھٹا عدد = 9

مثال 3 : ایک جماعت کی 30 دنوں کی اوسط حاضری 59 تھی۔ اگر پہلے 10 دنوں کی اوسط حاضری 62 ہو اور آخری 19 دِنوں کی اوسط حاضری 56 ہو تو گیارھویں دن کی حاضری معلوم کریں۔

حل : 30 دنوں کی اوسط حاضری = 59

پس 30 دِنوں کی کل حاضری = 30 × 59 = 1770

پہلے دس دنوں کی اوسط حاضری = 62

پہلے دس دنوں کی کل حاضری = 62 × 10 = 620

آخری 19 دنوں کی اوسط حاضری = 56

آخری 19 دنوں کی کُل حاضری = 56 × 19 = 1064

اِس لیے 29 دِنوں کی کل حاضری = 1064 + 620 = 1684

پس گیارھویں دن کی حاضری = 30 دنوں کی کل حاضری − 29 دِنوں کی کل حاضری

= 1770 − 1684 = 86

مثال 4 : ایک جماعت میں 45 لڑکے ہیں۔ ان میں سے 25 لڑکوں کی اوسط عمر 13 سال ہے اور 20 لڑکوں کی اوسط عمر 12 سال 6 ماہ ہے۔ ایک اور لڑکا اِن میں شامل ہو گیا اور سب کی اوسط عمر 13 سال ہو گئی۔ نئے لڑکے کی عمر کیا تھی؟

حل : 25 لڑکوں کی اوسط عمر = 13 سال

25 لڑکوں کی کُل عمر = 13 × 25 = 325 ... سال (I)

20 لڑکوں کی اوسط عمر = $\frac{25}{2}$ سال

20 لڑکوں کی کل عمر = $\frac{25}{2}$ × 20 = 250 سال (II)

اِس لیے 45 لڑکوں کی کل عمر = I + II = 325 + 250 = 575 سال

46 لڑکوں کی اوسط عمر = 13 سال

46 لڑکوں کی کُل عمر = 13 × 46 = 598 سال

پس نئے لڑکے کی عمر = 46 لڑکوں کی کل عمر − 45 لڑکوں کی کل عمر = 598 − 575

= 23 سال

مشق 6.3

(1) 5 عددوں کی اوسط 21 ہے۔ پہلے 4 عددوں کی اوسط 20 ہو تو پانچواں عدد معلوم کریں۔

(2) 7 عددوں کی اوسط 8 ہے۔ پہلے 4 عددوں کی اوسط $7\frac{1}{4}$ ہے اور آخری دو اعداد کی اوسط $8\frac{1}{2}$ ہے۔ پانچواں عدد معلوم کریں۔

(3) ہفتہ کے پہلے 4 دنوں میں ایک سکول کی اوسط حاضری 289 تھی۔ اگر سکول کے پہلے پانچ دنوں کی اوسط حاضری 275 تھی تو پانچویں دن کی حاضری کیا تھی؟

(4) 6 دنوں کا اوسط درجہ حرارت 36 ڈگری ہے۔ اگر ان میں سے 5 دنوں کا اوسط درجہ حرارت 34 ڈگری ہو تو چھٹے دن کا درجہ حرارت معلوم کریں۔

(5) پانچویں جماعت کے سیکشن الف کے 30 لڑکوں نے ریاضی کا پرچہ دیا۔ ہر لڑکے کے اوسط نمبر 57 تھے۔ پہلے لڑکے نے 98 نمبر حاصل کیے جبکہ آخری لڑکے نے صفر نمبر حاصل کیا۔ پھر بھی پہلے 28 لڑکوں کے نمبروں کی اوسط 57 رہی۔ انتیسویں لڑکے نے کتنے نمبر حاصل کیے؟

(6) 5 لڑکوں کی عمریں بالترتیب 10 سال 6 ماہ، 11 سال 3 ماہ، 11 سال 9 ماہ، 10 سال اور 12 سال 4 ماہ ہیں۔ ایک اور نئے لڑکے کے شامل ہو جانے سے کُل لڑکوں کی اوسط عمر میں چار ماہ کا اضافہ ہو گیا۔ نئے لڑکے کی عُمر معلوم کریں۔

(7) انور کو ہفتے (7 دن) کا جیب خرچ بحساب 60 پیسے یومیہ ملا۔ اُس نے پہلے پانچ دن 45 پیسے روزانہ کے حساب سے خرچ کیے اور پھر اچانک خرچ بڑھ جانے کی وجہ سے اُس نے چھٹے دن اِتنا خرچ کیا کہ اِس کا چھ دن کا اوسط خرچ 70 پیسے ہو گیا۔ معلوم کریں کہ اُس نے چھٹے دن کتنے پیسے خرچ کیے اور ساتویں روز کے لیے کیا بچایا؟

(8) نذیر، امین، فہیم اور اسلم نے ایک کاروبار میں 1200 روپے فی کس کے حساب سے رقم لگائی۔ کلیم کے کاروبار میں شامل ہو جانے کی وجہ سے ان کی اوسط رقم 1420·25 روپے ہو گئی۔ کلیم نے کتنے روپے لگائے؟

(9) بیگم خواجہ نے جنوری اور فروری میں 40 روپے بچائے۔ مارچ، اپریل اور مئی میں کُل بچّت 70 روپے رہی۔ جون، جولائی اور اگست میں کوئی بچت نہ ہوئی۔ ستمبر، اکتوبر، نومبر اور دسمبر میں ماہوار 62 روپے کے حساب سے رقم بچائی۔ بیگم خواجہ کی سال میں ماہوار اوسط بچت کیا تھی؟

ساتواں باب

گھریلو حساب کتاب

دُنیا میں بہتر زندگی گزارنے کے لیے روپے کی ضرورت ہے اور روپیہ بڑی محنت سے کمایا جاتا ہے۔ ہم اپنی آمدنی کو روزمرّہ زندگی کی ضروریات پر خرچ کرتے ہیں۔ لہٰذا اپنی آمدنی کو خرچ کرتے وقت ہمیں سُوجھ بُوجھ سے کام لینا چاہیے۔ اپنی آمدنی و خرچ کا حساب اِس طرح رکھنا چاہیے کہ ایک ہی نظر میں آمدنی و خرچ کا اندازہ ہو جائے۔ اگر ہم بغیر کسی سوچ بچار کے روپیہ خرچ کرتے رہیں تو اِس طرح بہت سا روپیہ غیرضروری چیزوں پر خرچ ہو جانے کا خطرہ ہوتا ہے اور مہینے کے ختم ہونے پر مقروض ہو جاتے ہیں۔ جس کی وجہ سے سخت پریشانی کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ ہماری خوش حالی کا راز بہت حد تک اس بات میں ہے کہ سلیقہ اور سوچ بچار سے کام لے کر خرچ کو آمدنی سے بڑھنے نہ دیں۔ محنت سے حاصل کی ہوئی اپنی آمدنی کو غیرضروری اور فضول چیزوں پر خرچ نہ کریں۔ اپنی ضروریات پر مناسب طریقہ سے خرچ کریں۔ بچّت کی عادت ڈالیں اور بچت سے حاصل کی ہوئی رقم کو اچانک ضروریات کے لیے رکھ چھوڑیں۔ یہ ایسی صورت میں ہی ہو سکتا ہے جب کہ آمدنی و خرچ کا صحیح اندازہ لگا کر بے کار چیزوں پر روپیہ خرچ کرنے سے بچ سکتے ہیں۔ اگر آمدنی کم اور خرچ زیادہ ہو تو ایسے طریقے سوچے جا سکتے ہیں کہ خرچ آمدنی سے بڑھنے نہ پائے اور ہماری بنیادی ضروریات بھی نظر انداز نہ ہوں۔ اخراجات کو آمدنی کی حدود میں رکھ کر خوشی اور غمی کے موقعوں کے لیے کچھ نہ کچھ رقم بچائی جا سکتی ہے۔ موجودہ زمانے میں جبکہ اشیا کی قیمتیں آئے دن بڑھتی رہتی ہیں۔ یہ اور بھی زیادہ ضروری ہو گیا ہے کہ اپنے خرچ کو آمدنی سے کم رکھنے کے لیے آمدنی و خرچ کا باقاعدہ حساب رکھا جائے۔

بچّوں کا ذریعہ آمدنی عموماً اِن کا جیب خرچ ہوتا ہے۔ اُنھیں چاہیے کہ وہ

بھی اپنے جیب خرچ کا باقاعدہ حساب رکھیں تاکہ وہ جان سکیں کہ اُنھوں نے وہ رقم کہاں اور کیسے خرچ کی۔ اس طریقے سے وہ اچانک ضرورت پڑنے پر اپنی بچائی ہوئی رقم سے چھوٹی موٹی چیزیں خرید سکتے ہیں ۔

عام طور پر حساب گوشواروں کی شکل میں رکھا جاتا ہے ۔ گوشوارے کو دو حِصّوں آمدنی اور خرچ میں تقسیم کر لیا جاتا ہے اور پھر اخراجات کی مختلف مدّوں کو علیٰحدہ کر کے اپنی سہولت اور سمجھ کے مطابق گوشواروں کے خانوں میں لکھ دیا جاتا ہے ۔ روز مرّہ کا گوشوارہ بناتے ہوئے تاریخیں اُوپر سے نیچے اور خرچ کی تفصیل عموماً دائیں سے بائیں لکھی جاتی ہے ۔ مہینے کے آخر میں حساب کو ختم کر کے اخراجات کو آمدنی میں سے تفریق کر کے بقایا اگلے مہینے کے صفحے پر لے جایا جاتا ہے ۔ نمونے کے طور پر مندرجہ ذیل گوشوارہ درج کیا جاتا ہے ۔

آمدنی				خرچ			
اپریل	1	بقایا سابقہ	6.50	اپریل	12	پاس ہونے کی خوشی میں دوستوں کو چاٹ کھلائی ۔	3.00
	6	جیب خرچ	10.00		19	سکول فنڈ میں دیے ۔	4.25
	7	دو پرانی کتابیں بیچیں	2.05		22	ہلال احمر کو چندہ دیا ۔	1.00
	9	انعام ملا ۔	5.00		24	چڑیا گھر کی سیر کی ۔	1.25
						کتابیں و کاپیاں خریدیں ۔	7.40
		کل آمدنی	23.55		26	نشانہ بازی پر خرچ کیے ۔	0.30
					28	سکول بنک میں جمع کروائے ۔	0.50
					29	دوست کو دیے ۔	2.80
						کُل خرچ ۔	20.50
						بقایا ۔	3.05
مئی	1	سابقہ بقایا	3.05				

مشق 7.1

(1) اپنے پچھلے ہفتے کا خرچ اور آمدنی کا حساب لکھیں۔ میزان کریں اور بچت بتائیں۔

(2) انور کے پاس 120 روپے تھے۔ اُس نے دس جون کو لاہور سے ملتان کا سفر کیا اور 10.10 روپے کا ٹکٹ خریدا۔ راستے میں سیون اَپ خریدا اور 1.50 روپے ادا کیے۔ ملتان سٹیشن پر 2.00 روپے قلی کو دِیے اور گھر پہنچنے پر 2.30 روپے رکشہ کے ادا کیے۔ 12 جولائی کو 13 روپے کا ملتانی سوہن حلوہ خریدا۔ اپنے دوست کے لیے 8.75 روپے کی کھجوریں خریدیں۔ 14 جولائی کو اپنی بہن رابعہ کے لیے ملتانی کُرتا خریدا اور 17.75 روپے ادا کیے۔ 15 جولائی کو واپسی کا ٹکٹ 10.10 روپے میں خریدا۔ لاہور سٹیشن پر 2.50 روپے قُلی کو دِیے اور 3.75 روپے رکشہ والے کو دِیے۔ انور کی آمدنی اور خرچ کی تفصیل گوشوارے بنا کر لکھیں۔

(3) اکرم نے جولائی کے مہینے اپنے ابا جان کی دوکان پر کام کیا۔ اُنھوں نے خُوش ہوکر اِسے 15 جولائی کو 20 روپے دِیے۔ اس خُوشی میں اُس نے 21 جولائی کو اپنے منّے بھائی سعید کو عجائب گھر، شالامار باغ اور مینار پاکستان کی سیر کرائی۔ اور مندرجہ ذیل اخراجات کیے۔

آئس کریم 2.50 روپے، گنڈیریاں 50 پیسے، پکوڑے 1.25 روپے اور بس کا کرایا 2.50 روپے، 25 جولائی کو ایک روپیہ مسجد کے لیے چندہ دیا، 27 جولائی کو دوست نے 5 روپے لیے۔ 29 جولائی کو 75 پیسے سائیکل کا پنکچر لگوائی دی۔ 31 جولائی کو اُس کے دوست نے 5 روپے واپس کردِیے۔ اکرم کی بچت معلوم کریں۔

(4) غلام نبی کا خرچ :- یکم مارچ، سبزی اُگانے کے لیے کھاد کا خرچ 150 روپے۔ 2 مارچ سبزیوں کے بیج خریدے اور 50.95 روپے ادا کیے۔ 10 مارچ، زمین کا لگان 30.00 روپے، راہ داری کا خرچ 13.12 روپے۔ 20 مارچ۔

آمدنی :- 3 مارچ گوبھی بیچ کر 125.50 روپے کمائے - 5 مارچ 96.00 روپے کی مرچ فروخت کی - 7 مارچ کو پیاز اور لہسن 142.50 روپے کے اُدھار دِیے، 15 مارچ کو اُدھار دی ہوئی رقم مِل گئی -

غلام نبی کی آمدنی اور خرچ کی تفصیلات کے گوشوارے بنائیں - آمدنی اور خرچ کا میزان کریں اور بچت معلوم کریں -

(5) عنایت صبح سکول جانے سے پہلے چند گھروں میں اخبار پہنچاتا ہے - اِس طرح اِس کو 30 روپے آمدنی ہوتی ہے اس کا ماہ ستمبر کا خرچ دیا ہوا ہے - آپ اس کی آمدنی و خرچ کو گوشوارے کی شکل میں لِکھ کر معلوم کریں کہ اِس کو کتنی بچت ہوئی -
یکم ستمبر : بقایا سابقہ 10.15 روپے ، 4 ستمبر : بس پاس بنوانے کے لیے دِیے 7.50 روپے ، 5 ستمبر : مہینے کی تنخواہ 30 روپے مِلی - 7 ستمبر : ڈرائینگ کی کاپی، ربڑ اور پنسل خریدی اور 4.45 روپے ادا کیے - 9 ستمبر : امّی کی دوائی کے لیے 3.50 روپے دِیے - 12 ستمبر : دوست کے بھائی کو عید کے موقع پر 2 روپے کا تحفہ دیا - 18 ستمبر کو 25 پیسے کا گنے کا رس پیا - 20 ستمبر کو 10 روپے کمیٹی کے دِیے - 25 ستمبر 3.25 روپے کی چپل خریدی -

(6) ایک مزدُور نے 18 دن کام کیا اور 20 روپے فی دن کے حساب سے مزدُوری لی - اِس کا خرچ دیا ہوا ہے - آپ خُود کوئی مہینہ اور تاریخیں لگا کر اس کی آمدنی و خرچ کا گوشوارہ تیار کریں - اور معلوم کریں کہ اِس کو کتنی بچت ہُوئی -

(i) قرض ادا کیا = 150 روپے
(ii) بیٹے کو کتاب لے کر دی = 1.50 روپے
(iii) تنور سے روٹی خرید کر کھائی = 0.75 روپے } روزانہ کا خرچ
(iv) 15 پیسے کی بیڑی پی
(v) بیوی کو مہینے کے خرچ کے لیے دیے = 100 روپے
(vi) بچّوں کے لیے خربوزے خریدے = 50 پیسے

(7) سکول کی کرکٹ ٹیم کا حساب مندرجہ ذیل ہے ۔

یکم دسمبر : سابقہ بقایا 39.05 روپے ۔ 8 دسمبر : بقایا چندہ جمع کیا 8.75 روپے
15 دسمبر : چاند سکول کی ٹیم کے ساتھ میچ پر اخراجات 20.25 روپے، 16 دسمبر
میچ سے آمدنی ہوئی : 81.50 روپے، 20 دسمبر : ٹیم کے ممبروں نے فیس
ادا کی : 20.50 روپے ۔ 22 دسمبر : کھیلوں کے سامان کا خرچ 40.35 روپے۔
25 دسمبر : یومِ قائد اعظمؒ پر قرآن خوانی کی اور محتاجوں کو کھانا کھلایا : 25 روپے۔
معلوم کریں کہ ٹیم کو کتنی بچت ہوئی ۔

آٹھواں باب

سکیل ڈرائینگ اور گراف

(1)

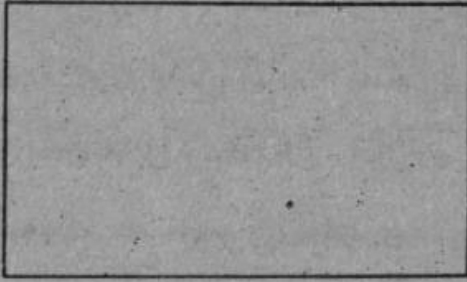
1- ارشد نے فوٹو گرافر سے اپنی تصویر بنوائی - تصویر میں اِس کے قد کی اُونچائی 5 سم ہے - اِس کا قد 12 ڈیسی میٹر ہے - تصویر میں 5 سم لمبائی کِتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے (12 ڈم یا 120 سم) تصویر میں 1 سم لمبائی کتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے؟ (120 ÷ 5 = 24 سم)

(2)

(3)

ہم کہتے ہیں کہ تصویر کی سکیل 1 : 24 ہے اور اِسے پڑھتے ہیں 1 اور 24 کی سکیل - تصویر میں اکائی لمبائی اور اِس کے مطابق اصل لمبائی سے ہمیں تصویر کی سکیل حاصِل ہوتی ہے -

ارشد کے دوستوں نے اس کی تصویریں (نمبر (2) و (3)) بنائیں - تصویر نمبر (2) میں تصویر نمبر (1) کے مقابلہ میں ارشد بہت موٹا معلوم ہوتا ہے، اور تصویر (3) میں وہ بہت پتلا دکھائی دیتا ہے - تصویریں نمبر (2) و (3) اچھی تصویریں نہیں ہیں کیونکہ اِن میں راسی اور اُفقی اطراف میں ایک ہی سکیل اِستعمال نہیں کی گئی ہے -

کسی چیز کی صحیح تصویر وہ ہو گی جس میں راسی اور اُفقی جانب ایک ہی سکیل اِستعمال کی گئی ہو - یعنی دونوں طرف فاصلے ایک ہی حساب سے کم کیے گئے ہوں -

ایک کھیت مستطیلی علاقہ کی شکل کا ہے۔
اس کا طول 50 میٹر اور عرض 30 میٹر ہے ۔
اس کا خاکہ بنانے کے لیے ایک مناسب سکیل
ایسی ہوگی جس میں خاکے کے 3 سینٹی میٹر
اصل کے 30 میٹر کو ظاہر کریں ۔ یعنی سکیل کے مطابق

3 سینٹی میٹر

5 سینٹی میٹر

(4)

3 سم ظاہر کرتا ہے 30 میٹر کو

1 سم ظاہر کرتا ہے 10 میٹر کو یعنی 1000 سم کو

پس سکیل ہے 1 : 1000

چونکہ 10 میٹر کو 1 سم سے ظاہر کیا گیا ہے۔ 50 میٹر کو 5 سم سے ظاہر کیا جائے گا۔ پس دیے ہوئے کھیت کا خاکہ یا نقشہ ایک ایسی مستطیلی علاقہ ہوگا جس کا طول 5 سم اور عرض 3 سم ہو (شکل نمبر 4)

زاہد کا سکول اس کے گھر سے مغرب کی جانب 2 کلومیٹر کے فاصلہ پر واقع ہے اور اِس کے دوست شاہد کا گھر اس کے گھر سے شمال کی جانب 3 کلومیٹر کے فاصلہ پر ہے ۔ فرض کریں ہمیں سکول اور دونوں گھروں کا خاکہ تیار کرنا ہے ۔ یہاں ایک مناسب سکیل وہ ہوگی جس میں 2 کلومیٹر کو 4 سم سے ظاہر کیا جائے ۔ یعنی

خاکہ کا 4 سم ظاہر کرتا ہے 2 کلومیٹر کو

1 سم ظاہر کرتا ہے $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ کلومیٹر کو

اب 1 کلومیٹر = 1000 میٹر = 1,00,000 سم

پس $\frac{1}{2}$ کلومیٹر = 50,000 سم

لہٰذا سکیل ہے ۔ 1 : 50,000

شمال

شاہد کا گھر

3 کلومیٹر

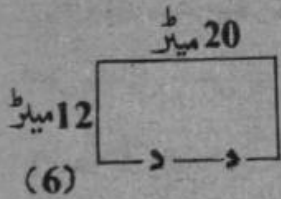
6 سم

2 کلومیٹر

سکول 4 سم زاہد کا گھر

(5)

اِس سکیل کے مطابق 3 کلومیٹر کو 6 سم سے ظاہر کیا جائے گا۔

نوٹ :- اگر ہم ایک یا زیادہ مقامات کا نقشہ تیّار کریں تو سکیل کے علاوہ نقشہ پر شمال کے رُخ کو بھی ظاہر کرتے ہیں۔ مکانات کے نقشے تیّار کرنے کے لیے دیواروں کو قطعات خط (یا پٹّیوں) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دروازے کی جگہ خالی چھوڑ دی جاتی ہے اور اس پر "د" لکھ دیا جاتا ہے۔ عموماً کھڑکیاں اور روشن دان ظاہر نہیں کیے جاتے۔

20 میٹر

12 میٹر

د د

(6)

شکل نمبر (6) میں ایک کمرے کا خاکہ دیا گیا ہے اِس کا طول اور عرض ماپ کو سکیل معلوم کریں۔

مشق 8·1

(1) مندرجہ ذیل سکیلوں کو معیاری صورت میں لکھیے :

(سکیل کی دونوں مقداریں ایک ہی اکائی میں ہوں اور پہلی مقدار 1 ہو)

(i) 5 سم : 1000 سم (ii) 4 سم : 1 کلومیٹر

(iii) 3 سم : 15 میٹر (iv) 2 سم : 75 میٹر

(2) قطعاتِ خط کو ماپ کر سکیل معلوم کریں۔

(i) 15 میٹر

(ii) 20 میٹر

(iii) 1 کلومیٹر

(iv) 60 میٹر

(v) 22 میٹر

(vi) 2 کلومیٹر

(3) سکیل 1 : 10000 کے مطابق مندرجہ ذیل فاصلوں کو قطعاتِ خط سے ظاہر کریں۔ قطعاتِ خط کی لمبائیاں کیا کیا ہوں گی ؟

(i) 1 کلومیٹر (ii) $\frac{1}{2}$ کلومیٹر (iii) 400 میٹر

(4) پاکستان کے چند شہروں کے درمیان تقریبی ہوائی فاصلے ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ اگر سکیل 1 : 10,00,000 کے مطابق نقشہ تیار کیا جائے تو یہ فاصلہ کتنے کتنے سینٹی میٹروں میں ظاہر کیا جائے گا۔

(i) لاہور اور پشاور کے درمیان فاصلہ = 400 کلومیٹر

(ii) لاہور اور کراچی کے درمیان فاصلہ = 1050 کلومیٹر

(iii) لاہور اور کوئٹہ کے درمیان فاصلہ = 720 کلومیٹر

2- گراف

پچھلی جماعتوں میں آپ تصویری گراف اور بار گراف کو پڑھنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ اِس باب میں ان دونوں قسموں کے گراف اور خطی گراف بنانا سیکھیں گے۔ موجودہ زمانے میں گراف کے اِستعمال کو بہت زیادہ اہمیّت حاصل ہوگئی ہے۔ بڑے بڑے اعداد و شمار کو گراف کے ذریعے ظاہر کر کے ہم اِن کا باہمی مقابلہ بڑی آسانی سے کر سکتے ہیں اور اِن کے متعلق کئی ایک مفید نتائج محض گراف دیکھ کر ہی اخذ کر لیتے ہیں۔

آپ جانتے ہیں کہ گراف کا مقصد یہ ہے کہ وہ دیے ہوئے اعداد و شمار کا باہمی تعلق واضح کرے۔

گراف تیّار کرنے کے لیے ہدایات:

(1) سب سے پہلے گراف کی مناسب قسم کا انتخاب کیا جائے۔

(2) ایسی سکیل اختیار کی جائے جس سے اعداد و شمار آسانی سے ظاہر کیے جاسکیں۔

(3) ہر محور کے ساتھ جو چیز دکھائی جاتی ہے وہ بھی لکھ دی جائے۔

(4) گراف کا مناسب عنوان اِس کے شروع میں لکھ دیا جائے۔

3- تصویری گراف

تصویری گراف بناتے وقت پہلے دی ہوئی باتوں کے علاوہ مندرجہ ذیل نکات بھی مدِّنظر رکھیں۔

1- سب سے پہلے دیے ہوئے اعداد و شمار کو جدول کی صورت میں لکھ لیا جائے۔

2- اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے تصاویر یا علامات کی قطاریں بنائی جائیں۔ یہ

قطاریں اُفقی بھی ہو سکتی ہیں اور راسی بھی جیساکہ دیے ہوئے تصویری گرافوں سے ظاہر ہے۔

3۔ تصویر یا علامت ایسی لی جائے کہ ضرورت پڑنے پر اگر تصویر یا علامت کا کوئی حصّہ ظاہر کرنا مقصود ہو تو باسانی کیا جا سکے۔

4۔ گراف کے نیچے سکیل ضرور دی جائے تاکہ پڑھنے والا جلدی سے سمجھ جائے کہ تصویر یا علامت کس سکیل کو ظاہر کرتی ہے۔

تصویری گراف بنانے کی وضاحت نیچے دی گئی مثالوں سے کی گئی ہے۔

مثال 1: ایک جماعت کے بچّوں سے اِن کے سکول آنے کے ذرائع کے متعلق پُوچھا گیا تو اُنھوں نے بتایا کہ ان میں سے 15 بس کے ذریعے، 20 سائیکل پر، 5 تانگوں پر اور 30 پیدل آتے ہیں۔ ان اعداد و شمار کا تصویری گراف کچھ اِس طرح کا ہوگا۔

جدول

بس	سائیکل	تانگہ	پیدل
15	20	5	30

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع

(اُفقی گراف)

سکول پہنچنے کے ذرائع						
بس						
سائیکل						
تانگہ						
پیدل						

(أ)

بچّوں کی تعداد

تصویر " " 5 بچّوں کو ظاہر کرتی ہے۔

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع

(راسی گراف)

پیدل	تانگہ	سائیکل	بس

(ii)

سکول پہنچنے کے ذرائع

بچّوں کی تعداد

تصویرؒ " " 5 بچّوں کو ظاہر کرتی ہے۔

اِس تصویری گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل قِسم کے سوالوں کے جواب دینا آسان ہیں۔

(i) سب سے زیادہ بچّے کس ذریعہ سے سکول آتے ہیں؟ (ii) پیدل آنے والے بچّوں کی تعداد زیادہ ہے یا سائیکل پر آنے والوں کی؟ (iii) سب سے کم بچّے کس ذریعہ سے سکول آتے ہیں؟ (iv) سائیکل پر آنے والے بچّوں کی تعداد کتنی ہے؟ (v) گراف کا عنوان کیا ہے؟ (vi) گراف کا سکیل کیا ہے؟ (vii) گراف کے اُفقی محور کے ساتھ کیا لکھا ہے؟ (viii) گراف کے راسی محور کے ساتھ کیا لِکھا ہے؟

مثال 2 : ایک جائزہ کے مطابق مختلف لوگوں کے ہفتہ وار اوقات کار کا جدول ذیل میں دیا گیا ہے۔ اِن اعداد و شمار کی مدد سے تصویری گراف بنائیں۔

پیشہ	خاتون خانہ	گھریلو ملازم	کسان	فیکٹری میں کام کرنے والے	آفس میں کام کرنے والے	اساتذہ
گھنٹے (ایک ہفتے میں)	102	78	72	48	36	36

ہفتہ وار اوقات کار (اُفقی گراف)

اساتذہ	آفس میں کام کرنے والے	فیکٹری میں کام کرنے والے	کسان	گھریلو ملازم	خاتون خانہ
					◒
					⊕
				◒	⊕
			⊕	⊕	⊕
			⊕	⊕	⊕
		⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕

ہفتہ میں کام کے گھنٹوں کی تعداد

مختلف پیشے

(iii)

گھڑی کی شکل "⊕" 12 گھنٹے ظاہر کرتی ہے۔

ہفتہ وار اوقات کار (راسی گراف)

										مختلف پیشے
							⊕	⊕	⊕	اساتذہ
							⊕	⊕	⊕	آفس میں کام کرنے والے
						⊕	⊕	⊕	⊕	فیکٹری میں کام کرنے والے
				⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	کسان
			◒	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	گھریلو ملازم
	◒	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	خاتون خانہ

(iv)

ہفتہ میں کام کے گھنٹوں کی تعداد

گھڑی کی شکل "⊕" 12 گھنٹے ظاہر کرتی ہے۔

4- بار گراف

1- بار گراف میں پٹیاں بنائی جاتی ہیں۔ یہ پٹیاں اُفقی بھی بنائی جا سکتی ہیں اور راسی بھی۔

2- تمام پٹیوں کی چوڑائی یکساں ہو اور اُن کا درمیانی فاصلہ برابر ہو۔

3- بار گراف کو خوبصورت بنانے کے لیے پٹیوں میں مختلف رنگ بھرے جا سکتے ہیں۔

مثال 3: مثال (1) کے اعداد و شمار کے ساتھ مندرجہ ذیل بار گراف بنیں گے۔

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع (اُفقی گراف)

بس
سائیکل
تانگہ
پیدل
سکول پہنچنے کے ذرائع

0 5 10 15 20 25 30 35
(v)

بچّوں کی تعداد

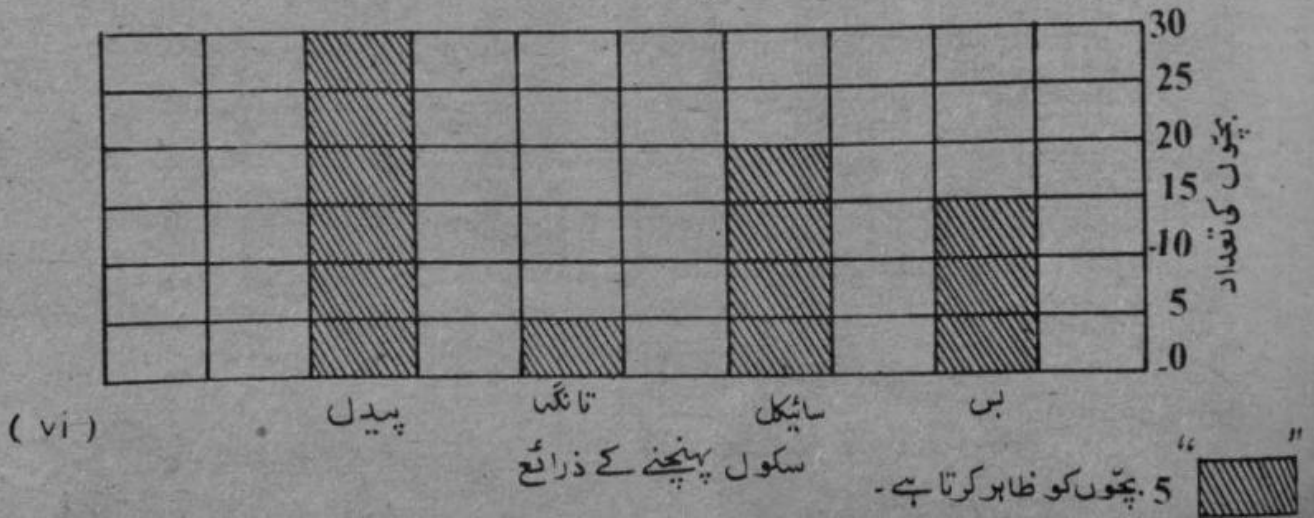
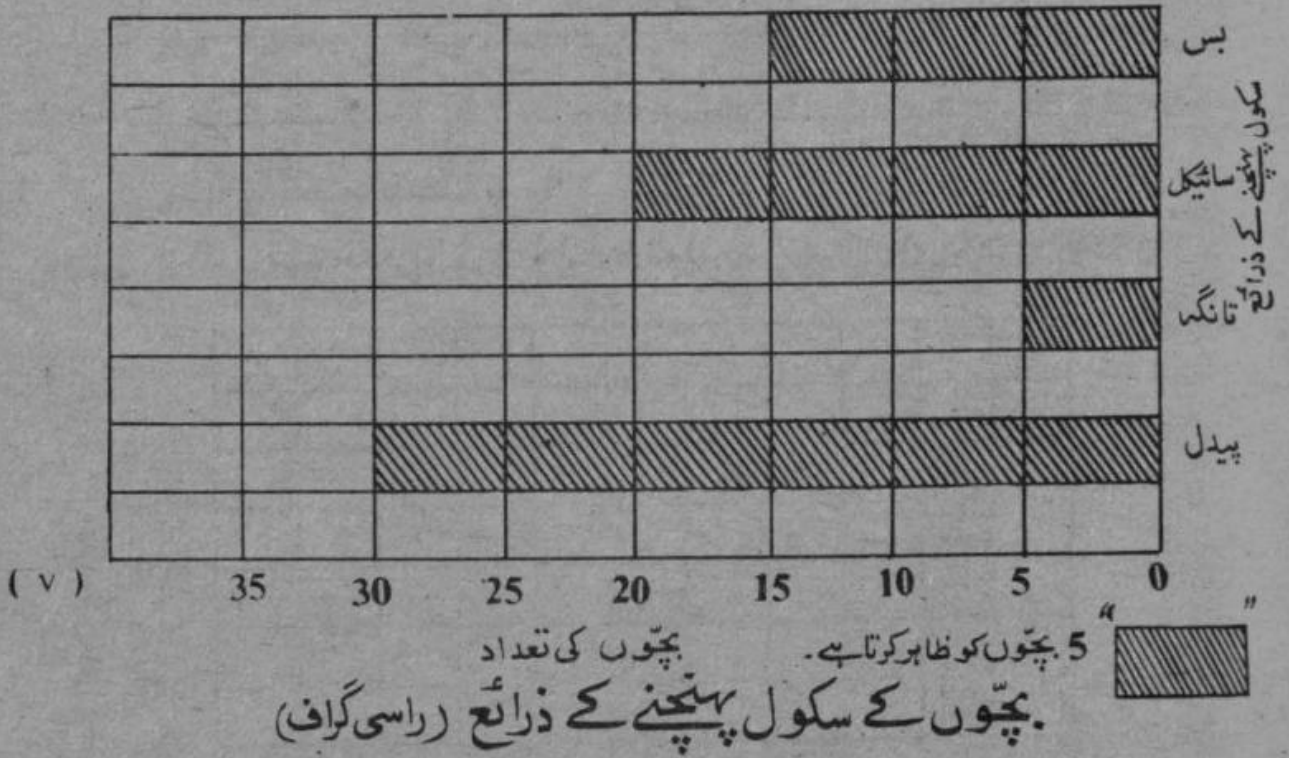
"5 بچّوں کو ظاہر کرتا ہے۔"

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع (راسی گراف)

30 25 20 15 10 5 0
بچّوں کی تعداد

پیدل تانگہ سائیکل بس
(vi)

سکول پہنچنے کے ذرائع

"5 بچّوں کو ظاہر کرتا ہے۔"

ان گرافوں کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیں۔

(i) گراف V ، VI میں سے کس میں اُفقی پٹیاں اور کس میں راسی پٹیاں بنی ہیں؟

(ii) سب سے لمبی پٹی کتنے بچّوں کو ظاہر کرتی ہے؟ (iii) اِس گراف کی سکیل کیا ہے؟

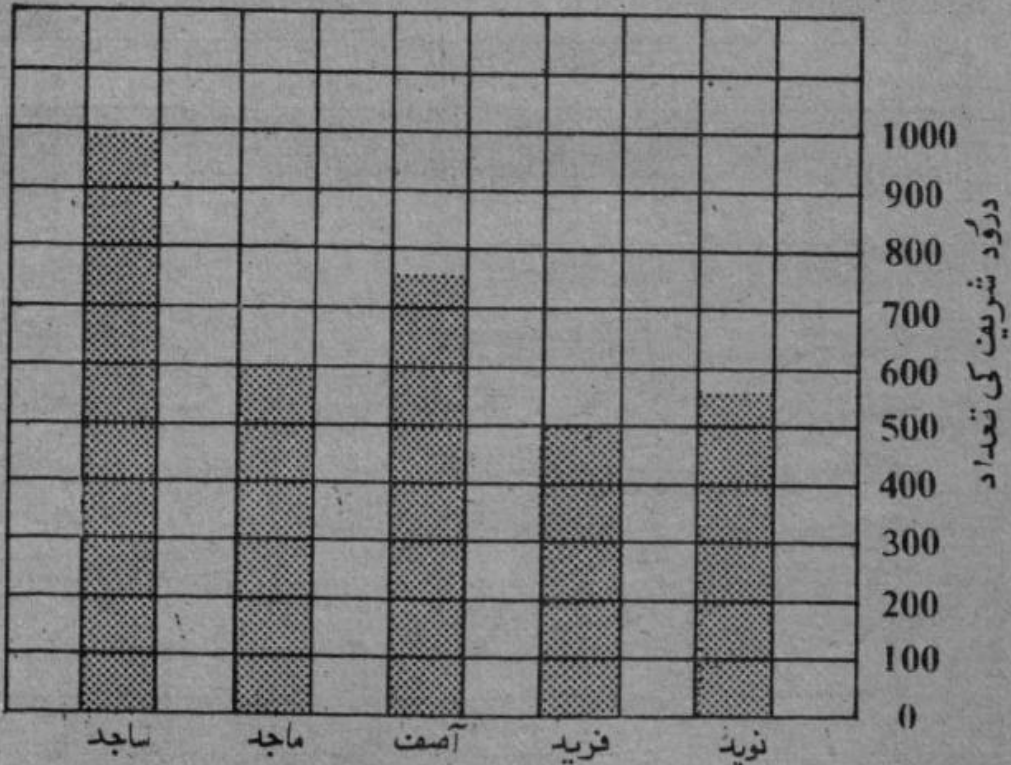
(iv) راسی محور پر 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، 25 اور 30 اعداد کیا ظاہر کرتے ہیں؟

(v) تانگہ پر جانے والے بچّوں کی تعداد کتنے خانوں سے ظاہر کی گئی ہے؟

مثال 4 : شب قدر کو 5 دوستوں نوید ، فرید، آصف، ماجد اور ساجد نے بالترتیب 550 بار، 500 بار، 750 بار، 600 بار اور 1000 بار درود شریف پڑھا۔ اِن اعداد و شمار کو بار گراف کے ذریعے ظاہر کریں۔

جدول

نوید	فرید	آصف	ماجد	ساجد
550	500	750	600	1000

شب قدر کو پڑھے جانے والے درود شریف کا راسی گراف

درُود شریف پڑھنے والوں کے نام

 100 کو ظاہر کرتا ہے۔ " 50 کو ظاہر کرتا ہے۔

(i) کِس نے سب سے زیادہ درُود شریف پڑھا ؟

(ii) درُود شریف کی تعداد کو کون سے محور کے ساتھ لِکھا گیا ہے ؟

(iii) اس گراف میں کیا سکیل لیا گیا ہے ؟

(iv) دی ہوئی سکیل کی بجائے آپ اور سکیل لے کر اِن اعداد و شمار سے خود بار گراف بنائیں۔

(v) پٹیوں کے درمیان جگہ کیوں چھوڑی جاتی ہے؟

(vi) تصویری گراف فوری معلومات پہنچاتا ہے یا بار گراف ؟

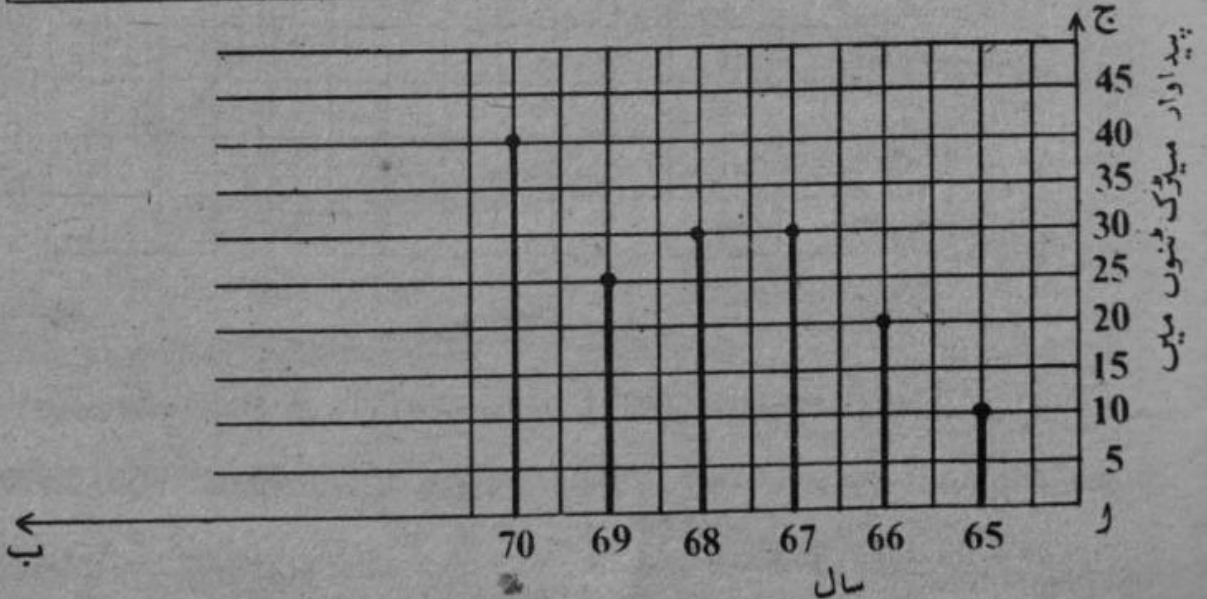
5۔ سلاخی گراف ۔ خطی گراف

تصویری گراف اور بار گراف میں تصویریں اور پٹیاں بنانے میں کافی وقت لگ جاتا ہے اِس لیے اِس قسم کے گراف محض پبلک کے لیے بنائے جاتے ہیں تاکہ وہ انہیں سہولت سے پڑھ سکیں اور گراف خوبصورت بھی معلوم ہوں۔ عملی کاموں کے لیے اکثر خطی گراف اِستعمال ہوتا ہے لیکن اِس کو سمجھنے سے پہلے سلاخی گراف کا سمجھنا مفید ہوگا۔

مثال 1 :فرض کریں ہمیں ایک زمیندار مسمی خدا بخش کی گندم کی پیداوار کا مندرجہ ذیل جدول دیا ہوا ہے۔

خدا بخش زمیندار کی گندم کی پیداوار

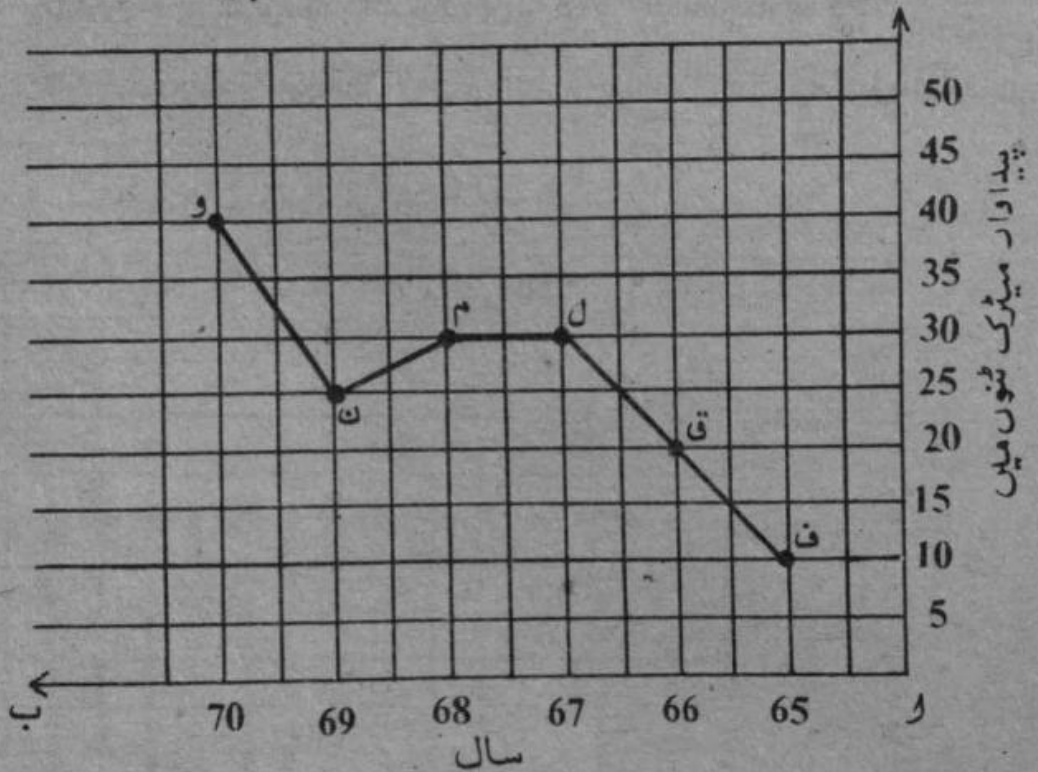
سال	1965	1966	1967	1968	1969	1970
پیداوار میٹرک ٹنوں میں	10	20	30	30	25	40

ج
پیداوار میٹرک ٹنوں میں
45 40 35 30 25 20 15 10 5
ا
65 66 67 68 69 70
ب
سال

اُفقی محور اب پر ہم نے دو چھوٹے خانوں کی لمبائی کو ایک سال کے وقفے سے ظاہر کیا ہے اور راسی محور پر 5 میٹرک ٹنوں کو ایک چھوٹے خانے کی لمبائی سے ظاہر کیا ہے۔

مختلف سالوں کی پیداوار کو ظاہر کرنے کے لیے ہم پٹیوں کی بجائے (قدرے موٹے) قطعاتِ خط استعمال کرتے ہیں۔ اِس طرح سے حاصل ہونے والے گراف کو سلاخی گراف کہتے ہیں۔

چونکہ کسی سال کی پیداوار متعلقہ سلاخ کا اُوپر کا سرا ہی ظاہر کرتا ہے۔ اس لیے اگر ہم گراف میں سلاخوں کے صرف بالائی سرے (نقاط) ظاہر کریں تو بھی کافی ہوگا۔ اس طرح سے حاصل ہونے والے نقاط کو عام طور پر قطعات خط سے ملا دیا جاتا ہے تاکہ متعلقہ مقدار کی کمی بیشی فوراً نظر آجائے۔

مثلاً مذکورہ جدول کی مدد سے خدا بخش زمیندار کی پیداوار کا گراف اس طرح بنایا جائے گا۔

خدا بخش زمیندار کی گندم کی پیداوار (خطی گراف)

یہاں نقاط ف، ق، ل، م، ن، و کی اُفقی محور سے اُونچائیاں (بالترتیب 10، 20، 30، 30، 25، 40) سال 1965، 1966، 1967، 1968، 1969، 1970 کی پیداوار میٹرک ٹنوں میں ظاہر کرتی ہیں۔ قطعاتِ خط ف ق، ق ل، ل م، م ن، ن و سے

معلوم ہوتا ہے کہ پیداوار سال بسال کیسے بڑھتی یا کم ہوتی ہے ۔

نوٹ :-

یہ بات یاد رہے کہ پیداوار کا گراف یہاں محض نقاط ف ، ق ، ل ، م ، ن اور و پر مشتمل ہے ۔ قطعاتِ خط ف ق وغیرہ گراف کا حصّہ نہیں ہیں ۔ وہ محض پیداوار کی سال بسال کمی بیشی کو زیادہ نمایاں طور پر ظاہر کرنے کے لیے کھینچے گئے ہیں ۔

اِس قِسم کا گراف جس میں نقاط پر مشتمل گراف کو قطعاتِ خط سے ملایا گیا ہو ، خطی گراف کہلاتا ہے ۔

خطی گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

(i) اُفقی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟ ..... سال

(ii) راسی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟ ...... گندم

(iii) اُفقی محور پر 2 چھوٹے خانوں کی لمبائی کتنے سالوں کو ظاہر کرتی ہے ؟

(iv) اُفقی محور پر سکیل کیا ہے ؟ دو چھوٹے خانوں کی لمبائی ظاہر کرتی ہے ۔

(v) راسی محور پر ایک چھوٹے خانے کی لمبائی کتنے میٹرک ٹن ظاہر کرتی ہے ؟

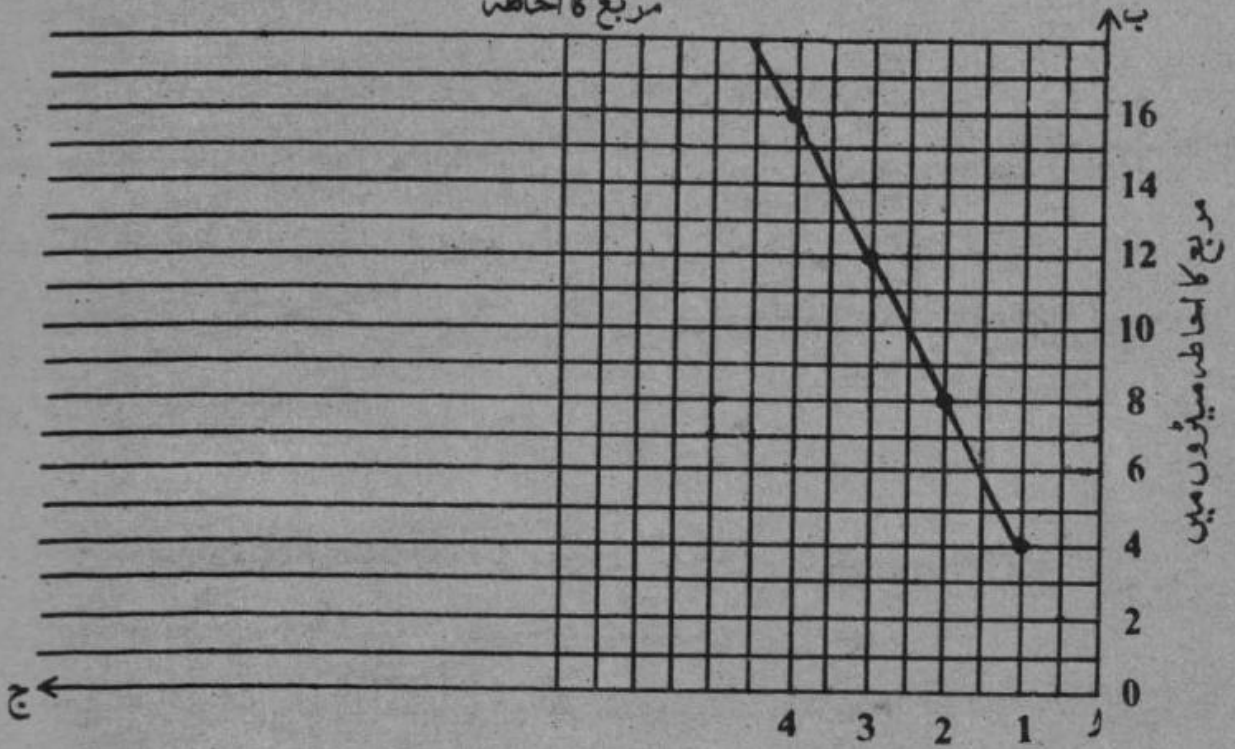
(vi) راسی محور پر سکیل کیا ہے ؟ ایک چھوٹے خانے کی لمبائی ظاہر کرتی ہے ،

(vii) کن سالوں میں گندم کی پیداوار زیادہ رہی ؟

(viii) کس سال سب سے زیادہ گندم پیدا ہوئی ہے ؟

(ix) کس سال گندم کی مقدار 10 میٹرک ٹن تھی ؟

(x) کس سال سب سے کم گندم پیدا ہوئی ؟

مثال 2 : خطی گراف کو غور سے دیکھیں اور نیچے دیے گئے سوالوں کے جواب دیں۔

مربع کے ضلع کی لمبائی میٹروں میں

اُفقی سکیل : 2 چھوٹے مربعوں کی لمبائی ظاہر کرتی ہے 1 میٹر کی لمبائی

راسی سکیل : 2 چھوٹے مربعوں کی لمبائی ظاہر کرتی ہے 2 میٹر احاطہ

1۔ سب سے زیادہ احاطہ کتنے میٹر ہے؟

2۔ سب سے کم احاطہ کتنے میٹر ہے؟

3۔ سب سے زیادہ احاطہ رکھنے والے مربع کے ضلع کی لمبائی کتنے میٹر ہے؟

4۔ مربع جس کا ضلع 3 میٹر ہے اس کا احاطہ بتائیں

5۔ کیا ضلع کی لمبائی بڑھنے کے ساتھ احاطہ کی مقدار بھی بڑھتی ہے؟

6۔ کیا ضلع کی لمبائی کم ہونے کے ساتھ احاطہ کی مقدار بھی کم ہوتی ہے؟

7۔ کیا آپ ان اعداد و شمار سے تصویری گراف اور بار گراف بنا سکتے ہیں؟

مشق 8.2

1 - مندرجہ ذیل معلومات کو تصویری گراف کی صورت میں ظاہر کریں -

کچھ بچے چڑیا گھر کی سیر کو گئے - ان میں سے 10 بچوں کو ہاتھی، 6 بچوں کو سفید چوہے، 4 بچوں کو طوطے اور 8 بچوں کو مور پسند آئے -

2 - ریاضی کے امتحان میں 30 لڑکوں نے فسٹ ڈویژن، 35 لڑکوں نے سیکنڈ ڈویژن 15 لڑکوں نے تھرڈ ڈویژن لی اور 5 لڑکے فیل ہو گئے -

3 - جونیئر ماڈل سکول میں پہلی کلاس میں داخلے کے وقت بچوں کی پیدائش کے سرٹیفکیٹ دیکھے گئے تو معلوم ہوا کہ

(i) 9 لڑکیاں جنوری میں پیدا ہوئیں - (ii) 6 لڑکیاں فروری میں پیدا ہوئیں -

(iii) 15 لڑکیاں مارچ میں پیدا ہوئیں - (iv) 12 لڑکیاں مئی میں پیدا ہوئیں -

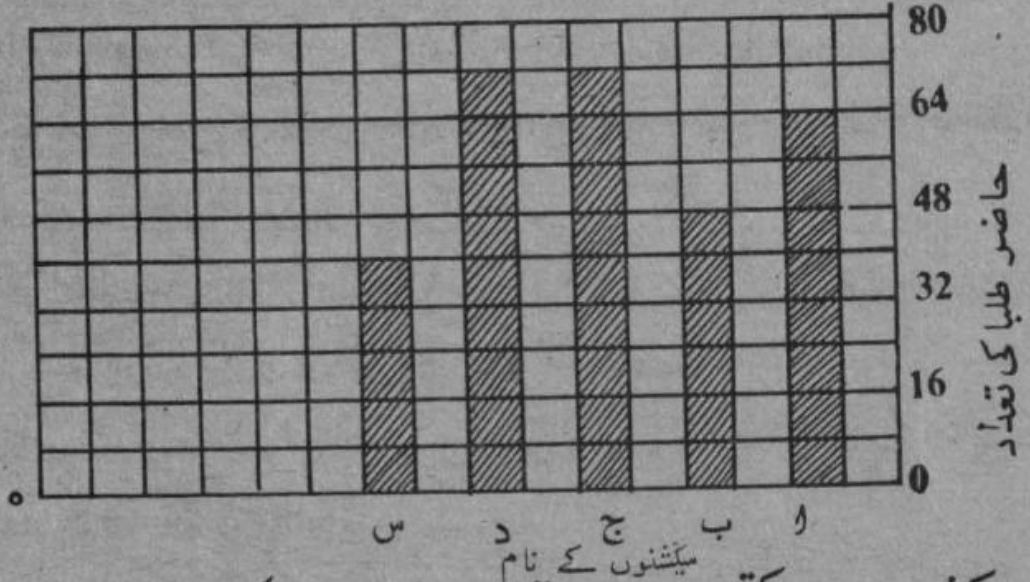
(v) 27 لڑکیاں جون میں پیدا ہوئیں -

4 - ایک شہر کی سالانہ بارش کے اعداد و شمار مندرجہ ذیل ہیں - بارش کا بار گراف بنائیں - یہ بھی بتائیں کہ کون سے سالوں میں بارش برابر ہوئی -

سال	1951	1952	1953	1954	1955	1956
بارش سالانہ (سینٹی میٹروں میں)	12	8	15	15	23	18

5 - چار شہروں کی چاول کی پیداوار مندرجہ ذیل ہے - بار گراف بنائیں - گراف پیپر پر ایک چھوٹا مربع 35 کوئنٹل کو ظاہر کرے -

شہر کا نام	نسرین آباد	خالد آباد	نعیم آباد	سعید آباد
چاول (کوئنٹل میں)	350	475	225	600

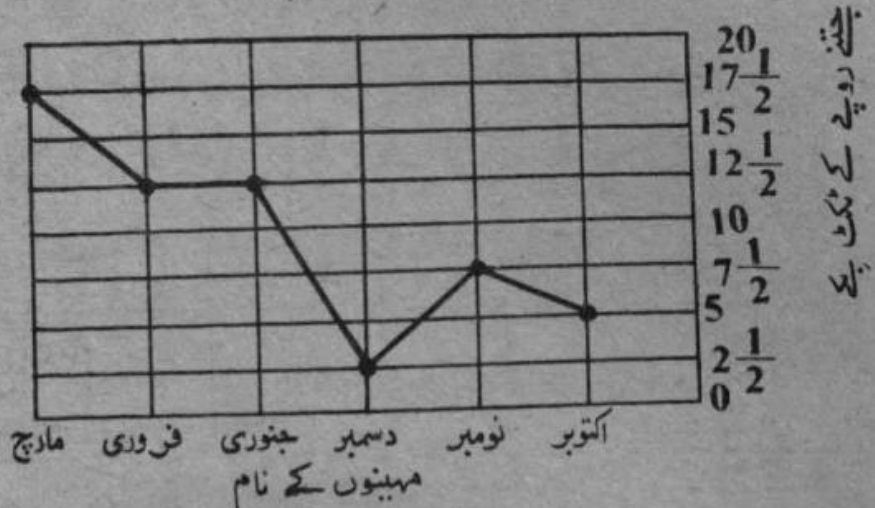
6– مندرجہ ذیل بار گراف میں دیے گئے اعداد و شمار کو تصویری گراف میں ظاہر کریں، عنوان دیں اور ذیل کے سوالوں کے جواب دیں۔

(i) سیکشن ج میں کتنے طلبا حاضر تھے؟ (ii) کون سے سیکشنوں میں حاضری برابر تھی؟

(iii) کون سے سیکشن میں سب سے کم حاضری تھی؟

7- احمد کے چھ سالوں کے قد کی لمبائی کا چارٹ مندرجہ ذیل ہے۔ گراف بنائیں۔

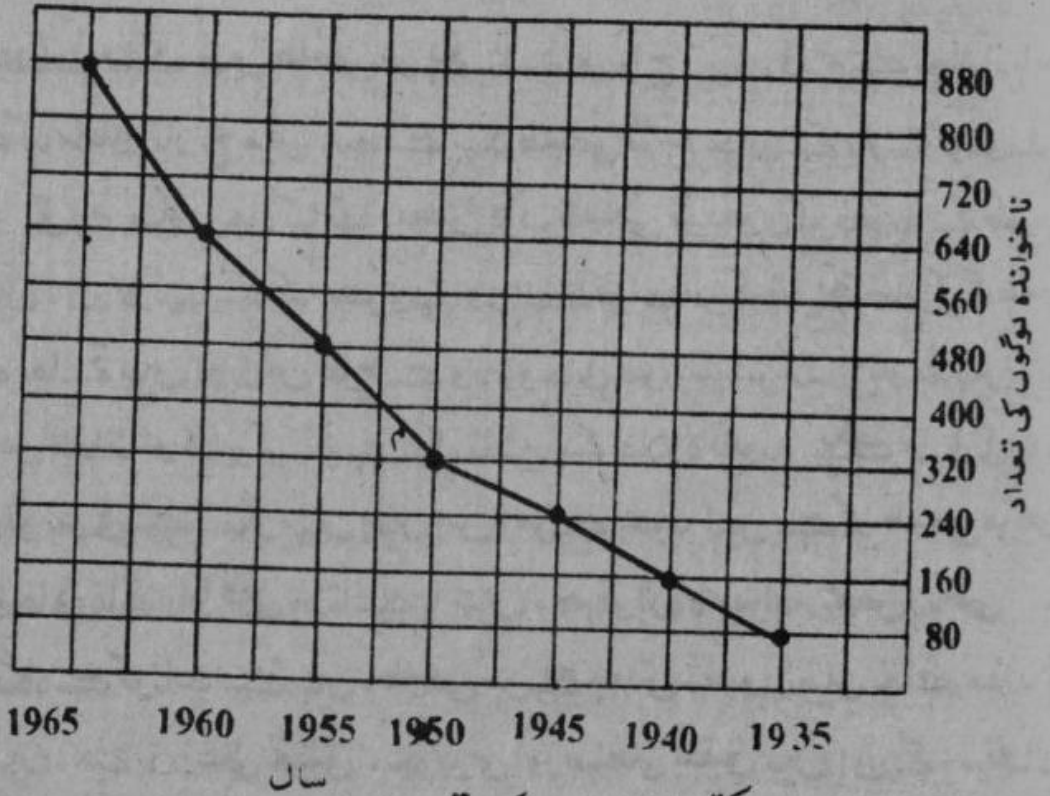
عمر (سالوں میں)	5	6	7	8	9	10
قد (میٹروں میں)	·5	·6	·7	·8	1·0	1·2

8– مندرجہ ذیل گراف کو دیکھ کر نیچے دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیں۔

ہلال احمر کے ٹکٹوں کی بکری

(i) سب سے زیادہ ٹکٹ کس مہینے میں بکے؟ (ii) جنوری کے مہینے میں کُل کتنے ٹکٹ بکے ؟

(iii) سب سے کم ٹکٹ کس مہینے میں بکے؟ (iv) 10 روپے کے ٹکٹ کِس کِس مہینے میں بکے ؟

9 - مندرجہ ذیل خطی گراف کو دیکھ کر دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیں -

نا خواندگی

(i) 1965 میں کتنے ناخواندہ لوگ تھے ؟

(ii) سب سے زیادہ ناخواندہ لوگوں کی تعداد کون سے سال میں تھی ؟

(iii) کیا ناخواندہ لوگوں کی تعداد بڑھتی جارہی ہے ؟

(iv) نقطہ م کے عین سامنے کتنے ناخواندہ لوگوں کی تعداد دی ہوئی ہے ؟

(v) نقطہ م کے عین نیچے کون سا سال ہے ؟

(vi) راسی سکیل لکھیں -

نواں باب

طلسمی مربعے، عددی نمونے اور معمّے

1- طلسمی مربعے :

مختلف ممالک میں طلسمی مربعے بنانے کا رواج زمانہ قدیم سے چلا آرہا ہے۔ کہا جاتا ہے کہ معلوم تاریخ میں سب سے پہلا طلسمی مربّع* چین کے بادشاہ لوشو نے تقریباً 1000 ق-م میں ایجاد کیا تھا۔ بعض لوگ طلسمی مربعوں کو تعویذ کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔ ان کا کہنا ہے کہ حروف اور الفاظ کو اعداد کے ذریعے ظاہر کرکے طلسمی مربعے تیار کیے جاتے ہیں اور اس طرح سے وہ روحانی طور پر اثرانداز ہوتے ہیں۔ اعداد جو خاص الفاظ کو ظاہر کرتے ہیں، کی تاثیر کے علاوہ تعویذ لکھنے والے کی روحانیت بھی موثر ہوتی ہے۔ مگر یہاں ہمیں اس امر سے بحث نہیں ہے کہ طلسمی مربعوں کا کوئی روحانی فائدہ واقعی ہوتا ہے یا نہیں۔ ہم تو اِن کا مطالعہ محض ریاضی کے نقطۂ نگاہ سے کرنا چاہتے ہیں۔ طلسمی مربعے بعض شعبوں میں خاصے مفید ثابت ہوتے ہیں۔ مثلاً زراعتی تحقیق، جوہری اور صنعتی تحقیق میں ان کے اِستعمال کو بہت مفید پایا گیا ہے۔

4	3	8
9	5	1
2	7	6

(1)

جدول نمبر (1) پر غور کریں۔ اِس میں کتنی اُفقی سطریں ہیں؟ کتنے راسی کالم ہیں؟ ہر سطر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟ ہر وتر کے اعداد (8، 5، 2 اور 4، 5، 6) کا مجموعہ کیا ہے؟ جدول میں کُل کتنے اعداد درج ہیں؟

---

* یہاں مربع کا لفظ ہندسی معنوں میں اِستعمال نہیں ہوا بلکہ اعداد کے ایسے جدول کے لیے اِستعمال ہوا ہے جس میں سطروں اور کالموں کی تعداد برابر ہو۔

اعداد کے اِس طرح کے جدول کو طلسمی مربع یا جادو کا مربع کہتے ہیں۔

کِسی طلسمی مربع میں

(i) سطروں اور کالموں کی تعداد ایک ہی ہوتی ہے۔

(ii) ہر سطر ہر کالم اور ہر وتر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ ایک ہی ہوتا ہے۔

جس طلسمی مربع میں سطروں یا کالموں کی تعداد تین ہو اسے تیسرے درجے کا طلسمی مربع کہتے ہیں۔

اِسی طرح اگر طلسمی مربع میں سطروں اور کالموں میں سے ہر ایک کی تعداد چار ہو تو اِسے چوتھے درجے کا طلسمی مربع کہتے ہیں۔ وعلیٰ ہذالقیاس۔

12	9	24
27	15	3
6	21	18

(2)

اب جدول نمبر (2) پر غور کریں۔

کیا اِس میں اِتنی ہی سطریں ہیں جتنے کالم ؟ کیا اِس میں سطروں، کالموں اور وتروں میں درج شدہ اعداد کے مجموعے برابر ہیں ؟ یہ بھی تیسرے درجے کا طلسمی مربع ہے۔

کیا جدول نمبر (2) اور جدول نمبر (1) کے متناظرہ ارکان میں کوئی تعلق ہے؟

ملاحظہ ہو کہ مربع نمبر (2) کا ہر رکن مربع نمبر (1) کے متناظرہ رُکن کا تین گنا ہے۔

8	7	12
13	9	5
6	11	10

(3)

اب مربع نمبر (3) پر غور کریں۔

کیا اس کے سطروں، کالموں اور وتروں کے اعداد کے مجموعے برابر ہیں ؟ (ہاں)۔ یہ مربع بھی ایک تیسرے درجے کا طلسمی مربع ہے اِس کے ارکان اور مربع نمبر (1) کے رکان میں کیا رشتہ ہے ؟ مربع نمبر (1) کے ارکان میں سے ہر ایک میں 4 جمع کرنے سے مربع نمبر (3) کے متناظرہ ارکان حاصل ہو جاتے ہیں۔ یاد رہے کہ اگر کسی دیے ہوئے طلسمی مربع کے

(I) ہر رُکن میں ایک ہی عدد جمع کیا جائے ۔

یا (II) ہر رُکن میں سے ایک ہی عدد تفریق کیا جائے ۔

یا (III) ہر رُکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دی جائے۔
یا (IV) ہر رُکن کو ایک ہی غیر صفر عدد پر تقسیم کیا جائے۔
توحاصل ہونے والا مربع بھی طلسمی مربع ہوگا۔

مربع نمبر(1) کے ارکان اعداد 1 تا 9 ہیں۔ یعنی اس کا سب سے چھوٹا رکن "1" ہے اور باقی ارکان اس سے بڑے ہیں۔ اِس قِسم کے طلسمی مربع کو بنیادی طلسمی مربع کہتے ہیں۔ جو طلسمی مربع کسی بنیادی طلسمی مربع سے جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کے عمل سے حاصل ہو اُسے مشتق طلسمی مربع کہتے ہیں۔

طلسمی مربع (2) و (3) مشتق طلسمی مربع ہیں۔

2 - طلسمی مربع کا بنانا :

آپ کو یہ جان کر حیرانی ہوگی کہ طلسمی مربع چند قواعد کی مدد سے بہت آسانی سے بنائے جا سکتے ہیں۔ تمام طاق درجوں کے طلسمی مربعے بنانے کا ایک قاعدہ ہے اور جفت درجوں کے طلسمی مربعوں کے بنانے کے لیے بھی چند قواعد ہیں۔

طاق درجے کا طلسمی مربع بنانا :- کسی طاق درجے کے بنیادی طلسمی مربع کو بنانے کے لیے مندرجہ ذیل رہنما اصول اِستعمال ہوتے ہیں :

(1) مناسب تعداد کے خالی خانوں والا مربع بنانے کے بعد عدد "1" دائیں طرف کے پہلے کالم کے درمیان والے خانے میں درج کیا جاتا ہے۔ ایک رُکن کا مقام معلوم ہو تو اگلے رُکن کا مقام معلوم کرنے کے لیے دائیں طرف کے نچلے وتری رُخ میں حرکت کریں۔

(2) اگر اِس رُخ میں اگلا خانہ خالی ہو تو اگلا عدد اِس میں درج کر دیں۔

(3) اگر اِس اگلے خانے میں پہلے ہی سے کوئی عدد موجود ہو تو اگلا رُکن معلوم رُکن کے اُفقی جانب بائیں طرف والے خانے میں درج کریں۔

(4) اگر وتری رُخ مربع کے باہر دائیں طرف اشارہ کرے تو اگلا رُکن بائیں طرف سے پہلے کالم کے متناظرہ خانے میں درج کریں۔

(5) اگر وتری رُخ مربع کے باہر نچلی طرف اشارہ کرے تو اگلا رُکن اُوپر سے پہلی سطر کے متناظرہ خانے میں درج کریں۔

(6) اگر وتری رُخ مربع کی کسی سطر یا کالم کے سامنے نہ ہو تو اگلا رُکن معلوم رُکن کے (اُفقی جانب) بائیں طرف کے خانے میں درج کریں۔

(7) مندرجہ بالا اقدام کرتے جائیں۔ حتیٰ کہ تمام خانے پُر ہو جائیں۔ اِس عمل کی وضاحت جدول نمبر (4) میں تیسرے درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنا کر کی گئی ہے۔ مربع بنانے میں جو اُصول اِستعمال ہوئے ہیں ان کی تفصیل ذیل میں درج کی گئی ہے:

رُکن	حاصل کرنے میں اِستعمال کیا ہوا اُصول
1 —	اُصول نمبر (1)
2 —	اُصول نمبر (4)
3 —	اُصول نمبر (5)
4 —	اُصول نمبر (3)
5 —	اُصول نمبر (2)
6 —	اُصول نمبر (2)
7 —	اُصول نمبر (6)
8 —	اُصول نمبر (5)
9 —	اُصول نمبر (4)

4	3	8	
9	5	1	9
2	7	6	2
	3	8	

<u>جفت درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنانا</u>:۔ جفت اعداد دو طرح کے ہوتے ہیں۔

اکہرے جُفت اعداد: ایسے اعداد ہیں جو 2 پر تقسیم تو ہوتے ہیں مگر 4 پر تقسیم نہیں ہوتے۔ اکہرے جفت اعداد مندرجہ ذیل ہیں۔

2 ، 6 ، 10 ، 14 ، 18 ، 22 ، .....

دوہرے جفت اعداد : ایسے اعداد ہیں جو 4 پر تقسیم ہوتے ہیں ۔
دوہرے جفت اعداد کا سیٹ یہ ہے { ...، 24، 20، 16، 12، 8، 4 }

اکہرے جفت درجے اور دوہرے جفت درجے کے طلسمی مربع بنانے کے قواعد جُدا جُدا ہیں ۔ یہاں ہم صرف چوتھے درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنا کر دوہرے جفت درجے کے بنیادی طلسمی مربع بنانے کے قاعدے کی وضاحت کرتے ہیں ۔

چوتھے درجے کا بنیادی طلسمی مربع

پہلے ہم اعداد 1 تا 16 کو مربع کی شکل میں اِن کی قدرتی ترتیب میں درج کرتے ہیں (جدول نمبر 5)
پھر ہم مربع کے وتروں پر واقع اس کے مرکز سے مساوی الفاصلہ ارکان کو باہم بدل دیتے ہیں
یعنی (1 ، 16) (6 ، 11) (4 ، 13) (7 ، 10)
کو ایک دوسرے کی جگہ درج کرتے ہیں ۔ اِس طرح سے ہمیں مطلوبہ طلسمی مربع (جدول نمبر 6) حاصل ہوجاتا ہے ۔

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
16	15	14	13

(5)

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

(6)

3- عددی نمونے اور معمّے :

بعض اوقات ہمیں کسی سیٹ کے چند ارکان دیے ہوتے ہیں اور چند مزید ارکان معلوم کرنا ہوتے ہیں ۔ معلوم ارکان کسی خاص ترتیب میں درج ہوتے ہیں ۔ ہم ان پر غور کرنے سے نامعلوم ارکان کو معلوم کرنے کا اُصول معلوم کر لیتے ہیں ۔

مثال 1 : سیٹ { 1 ، 3 ، 9 ، 27 ، ..... } کے 27 سے اگلے دو ارکان معلوم کیجیے ۔
حل : ہم دیکھتے ہیں کہ سیٹ کا ہر رُکن (سوائے پہلے رُکن کے) اپنے سے دائیں طرف کے متصلہ رُکن کا تِگنا ہے ۔

پس اگلے دو ارکان $27 \times 3 = 81$ اور $81 \times 3 = 243$ ہیں

مثال 2 : سیٹ کا دُوسرا اور چھٹا رُکن معلوم کیجیے۔ { 1 ، ▭ ، 9 ، 16 ، 25 ...... }

حل: اعداد 1 ، 9 ، 16 ، 25 بالترتیب 1 ، 3 ، 4 ، 5 کے مربعے* ہیں۔

پس سیٹ کا دُوسرا رُکن = 2 × 2 = 4 اور چھٹا رُکن = 6 × 6 = 36

---

* 2 × 2 کو 2 کا مربع کہا جاتا ہے اور اسے 2^2 لکھا جاتا ہے۔ اس طرح $3 \times 3 = 3^2$

مشق 9·1

1- پانچویں درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنائیے۔

طلسمی مربعوں کے نامعلوم ارکان معلوم کیجیے۔

-2

6	5	10
11		
	9	

-3

0	1-	4
	1	
2-	3	

4

16		32
	20	
8		

-5

2		4
	$2\frac{1}{2}$	
1		

6- ایک چہار درجی طلسمی مربع بنائیے جس کے ارکان اِسی درجہ کے بنیادی طلسمی مربع کے ارکان سے تگنے ہوں۔

7- ایک پانچ درجی طلسمی مربع بنائیے جس کے ارکان اِسی درجہ کے بنیادی مربع کے ارکان سے نصف ہوں۔

ذیل میں سیٹوں کے کچھ ارکان دیے ہوئے ہیں۔ ان کی دی ہوئی ترتیب کو جاری رکھتے ہوئے دو دو مزید ارکان معلوم کیجیے۔

8- { 1 ، $\frac{1}{2}$ ، 3 ، $\frac{1}{4}$ ، 5 ، $\frac{1}{6}$ ، ...... }

9- { 4 ، 16 ، 36 ، 64 ، ... }

10- { 4 ، 8 ، 16 ، 32 ، ... }

11- { 1 ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{27}$ ، ... }

12- نیچے دیے ہوئے نمونے کے اگلے دو رُکن معلوم کیجیے۔

.	∴	⁘	⁙
1	3	6	10

پہلے رُکن کے بعد کے ارکان کس طرح معلوم ہوتے ہیں۔ اس نمونے کا ساتواں رُکن کون سا عدد ہوگا؟ اُسے نقاط کی مثلث کے طور پر لکھیے۔

اعداد 1 ، 3 ، 6 ، 10، ... کو کیا نام دیا جاسکتا ہے؟

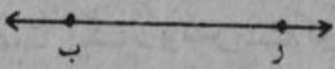
13- نیچے کے نمونے پر غور کریں۔ اِس کو مدِ نظر رکھتے ہوئے پہلے (i) سات قدرتی اعداد (ii) بارہ قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1
1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

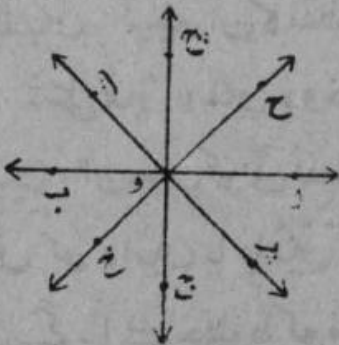
6 ، 6 ، 6 ، 6 ، 6

پہلے پانچ قدرتی اعداد کا مجموعہ = $\frac{6 \times 5}{2}$

= 15

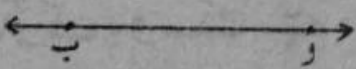
دسواں باب

خطوط، شعاعیں، زاویے، مستوی

پچھلی جماعتوں میں آپ ہندسی اشکال سے متعلق ابتدائی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ اب آپ ان کی بابت کچھ اور باتیں سیکھیں گے۔

1- خطوط

آپ جانتے ہیں کہ خطِ مستقیم (مختصراً خط) ایسی لمبی سیدھی لکیر کو کہتے ہیں جس کا کوئی آخری نقطہ یا سِرا نہیں ہوتا۔ دیگر ہندسی اشکال کی طرح خط بھی نقاط کا ایک سیٹ ہوتا ہے۔ خط کو اِس کے کوئی سے دو نقاط کے ناموں سے پکارا جا سکتا ہے۔

(1)

شکل نمبر 1 میں ایک خط ا ب دکھایا گیا ہے اِسے خط ب ا بھی کہہ سکتے ہیں۔

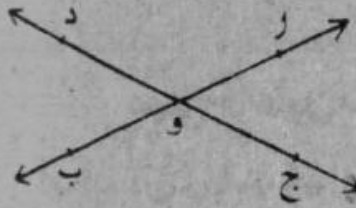
(2)

شکل نمبر (2) میں خطوط ا ب، پ ت، ج چ، ح خ دکھائے گئے ہیں۔ یہ تمام کے تمام ایک نقطہ و میں سے گزرتے ہیں۔

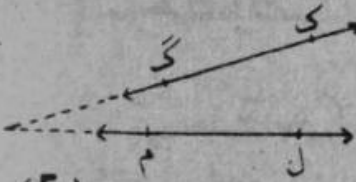
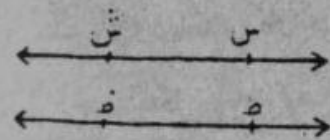
کیا آپ اور خطوط کھینچ سکتے ہیں جو نقطہ و میں سے گزرتے ہوں؟ ہاں جتنے خطوط ہم چاہیں کھینچ سکتے ہیں۔ پس کسی ایک نقطہ میں سے بے شمار خطوط گزرتے ہیں۔

(3)

اپنی کاپی کے صفحہ پر دو نقاط ا ب لیں۔ مسطر کی مدد سے ان دونوں میں سے گزرتا ہوا خط کھینچیں۔ کیا آپ ایک اور خط بھی کھینچ سکتے ہیں جو دونوں نقاط ا ب میں سے گزرے؟ نہیں۔ ایسا ممکن نہیں۔ اس سے معلوم

ہوا کہ دو نقاط میں سے صرف ایک ہی خط گزرتا ہے۔

شکل نمبر 4 میں دو خطوط ا ب، ج د دکھائے گئے ہیں۔ نقطہ و ان دونوں پر واقع ہے۔ ایسے خطوط جن میں کوئی نقطہ مشترک ہو متقاطع خطوط کہلاتے ہیں۔ پس خطوط ا ب، ج د متقاطع خطوط ہیں اور نقطہ و ان کا مشترک نقطہ یا نقطۂ تقاطع ہے۔

(4)

شکل نمبر (5) میں دو خطوط ک گ، ل م دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں کوئی ایسا نقطہ نہیں ہے جو ان میں مشترک ہو، لیکن اگر ہم خطوط کے نقوش٭ کو بائیں طرف بڑھائیں تو وہ یقیناً ایک دوسرے کو کسی نقطہ میں قطع کریں گے۔ پس یہ خطوط بھی متقاطع خطوط ہیں۔ اگرچہ ان کا نقطۂ تقاطع دکھایا نہیں گیا ہے۔

(5)

شکل نمبر (6) میں دو خطوط س ش، ط ظ دکھائے گئے ہیں۔ ان میں کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ ان کے نقوش کو دائیں یا بائیں طرف خواہ کتنا ہی بڑھایا جائے یہ ایک دوسرے کو نہیں کاٹیں گے۔ ایسے خطوط کو متوازی خطوط کہتے ہیں۔ متوازی خطوط کا مزید ذکر ہم بعد میں کریں گے۔

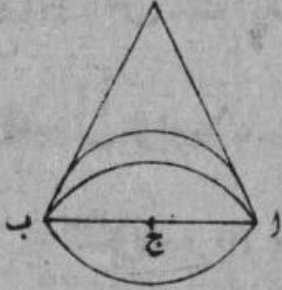
(6)

اشکال نمبر (4)، (5) اور (6) پر غور کرنے سے اور اسی قسم کی مزید اشکال بنانے سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ دو خطوط میں زیادہ سے زیادہ ایک ہی نقطہ مشترک ہو سکتا ہے۔

یعنی دو خطوط یا تو ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے یا اگر قطع کریں تو ان میں صرف ایک نقطہ مشترک ہوتا ہے۔

٭ نقوش جمع نقش کی۔ نقاط کے کسی سیٹ کو ظاہر کرنے والی شکل کو سیٹ کا نقش کہتے ہیں۔

2- قطعۂ خط

(7)

شکل نمبر (7) میں دو نقاط ا، ب کو ملاتے ہوئے چند راستے دکھائے گئے ہیں۔

کیا یہ تمام راستے لمبائی میں برابر ہیں؟ (نہیں)

ان میں سے سب سے چھوٹا راستہ کون سا ہے؟

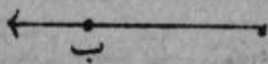
سب سے چھوٹا راستہ وہ ہے جس پر نقطہ ج دکھایا گیا ہے۔ اِسے ہم قطعۂ خط ا ب کہیں گے۔ قطعۂ خط نقاط کا ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دو نقاط کے درمیان چھوٹے سے چھوٹا راستہ ہوتا ہے۔

نقاط ا، ب قطعۂ خط ا ب کے سرے کہلاتے ہیں۔ یاد رہے کہ ہر قطعۂ خط کے دو سِرے ہوتے ہیں جبکہ خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا۔ یہ بھی یاد رہے کہ کِسی قطعۂ خط کے سرے اس میں شامل ہوتے ہیں۔

قطعۂ خط ا ب کو قطعۂ خط ب ا بھی کہہ سکتے ہیں۔

کاغذ کے چورس تختہ کے کنارے، کمرے کے فرش یا چھت کے کنارے قطعاتِ خط کے نمونے ہیں۔

3- شعاع

ب

(8)

شکل نمبر 8 میں کیا دکھایا گیا ہے؟ (ایک شعاع)

اِسے کس طرح پکاریں گے؟ (شعاع ا ب)

کیا اسے شعاع ب ا بھی کہہ سکتے ہیں؟ (نہیں)

اس کے کتنے سرے ہیں؟ کون سے؟ (صرف ایک سرا، ا)

کیا اس پر نقطہ ا سے دائیں طرف کوئی نقطہ واقع ہے؟ (نہیں)

کیا اس پر نقطہ ب کے بائیں طرف اور دائیں طرف نقاط واقع ہیں؟ کتنے؟ (ہاں، بے شمار)

شعاع کا سرا اس پر واقع ایسا نقطہ ہوتا ہے کہ شعاع کے باقی تمام نقاط اس کے ایک ہی طرف واقع ہوتے ہیں۔

4- زاویہ

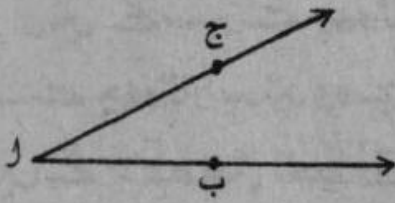
شکل نمبر 10 میں کتنی شعاعیں دکھائی گئی ہیں؟ کون کون سی؟ (دو شعاعیں، شعاع ا ب اور شعاع ا ج)

ج

ا

ب

(10)

کیا یہ ایک ہی خط پر واقع ہیں؟ (نہیں، یہ غیر ہم خط ہیں)

کیا ان کا سرا مشترک ہے؟ (ہاں)

وہ کون سا ہے؟ (نقطہ ا)

اس شکل کو کیا کہیں گے؟ (زاویہ)

اسے کس طرح پکاریں گے؟ (زاویہ ب ا ج، یا زاویہ ج ا ب، یا زاویہ ا) کیا اسے زاویہ ا ج ب بھی کہہ سکتے ہیں؟ (نہیں۔ اس زاویہ کے نام میں ا درمیان میں ہونا چاہیے)۔

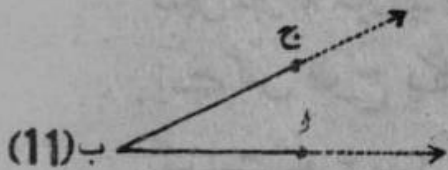
شکل نمبر 10 میں دکھائے گئے زاویے کا راس کیا ہے؟ (نقطہ ا)

اس کے بازو یا طرفین کون سے ہیں؟ (شعاع ا ب اور شعاع ا ج)

زاویہ نقاط کا ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دو ہم سرا غیر ہم خط شعاعوں پر مشتمل ہوتا ہے۔

ج

ب (11)

ا

شکل نمبر 11 میں دو قطعاتِ خط ا ب، ب ج دکھائے گئے ہیں۔ یہ قطعات غیر ہم خط ہیں اور ان کا ایک سرا نقطہ ب مشترک ہے یہ شکل زاویہ تو نہیں ہے مگر قطعۂ خط ب ا ایک شعاع پر واقع ہے اور قطعۂ خط ج ب بھی ایک شعاع پر واقع ہے۔ یہ شعاعیں ب ا اور ب ج ہیں جو ہم سرا اور غیر ہم خط ہوں گی اور اس لیے وہ زاویہ بنائیں گی۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ قطعاتِ خط ب ا اور ب ج ایک

زاویے کا تعین کرتے ہیں۔ اِس زاویہ کو بھی زاویہ ا ب ج ، زاویہ ج ب ا یا محض زاویہ ب کہیں گے۔

ج

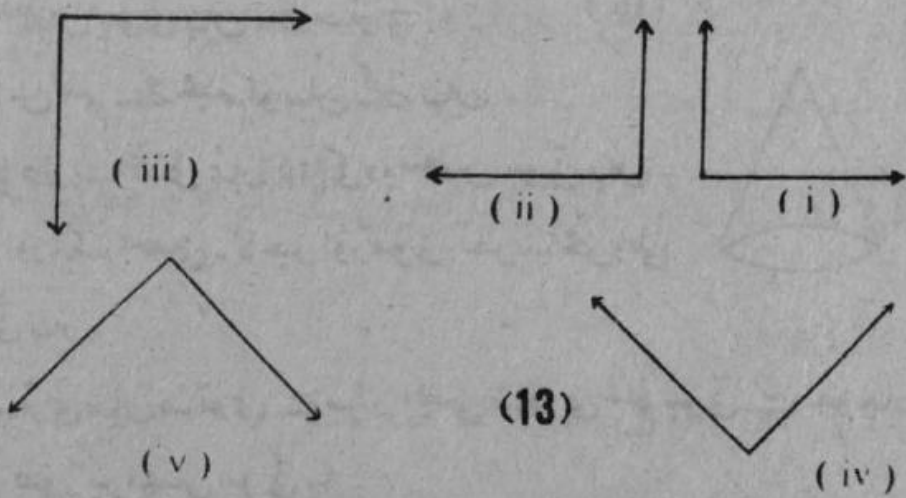
5- قائمہ زاویہ

(12)

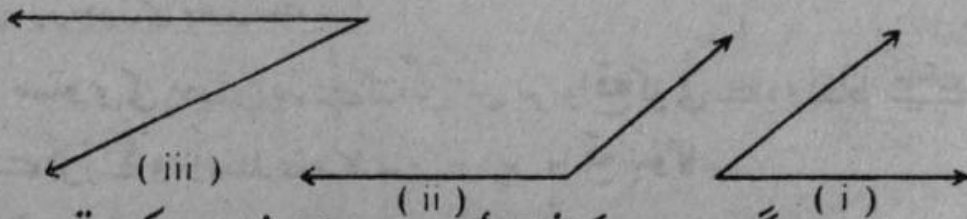
شکل نمبر 12 میں شعاع ب ا اور شعاع ب ج ایک زاویہ بناتی ہے۔ اسی طرح شعاع ب د اور شعاع ب ج

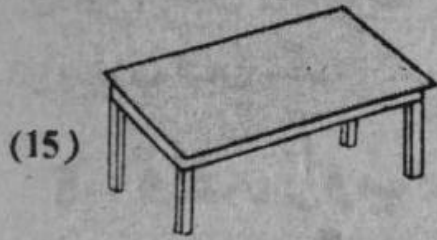
د ب ا

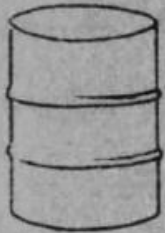
بھی ایک زاویہ بناتی ہیں، شعاع ب ج خط ا د پر سیدھی کھڑی ہے۔ زاویہ ا ب ج اور زاویہ د ب ج خاص قسم کے زاویے ہیں۔ اِن میں سے ہر ایک قائمہ زاویہ ہے۔

نیچے چند ایک اور قائمہ زاویے دیے گئے ہیں۔

مگر ذیل کے زاویے قائمے نہیں ہیں۔

(14)

(iii) (ii) (i)

روزمرّہ زندگی میں ہم اکثر قائمہ زاویوں کا مشاہدہ کرتے ہیں مثلاً کمرے کے فرش، چھت یا دیواروں کے متعلقہ کناروں سے متعین ہونے والے زاویے کتاب کے متصلہ کناروں سے متعین ہونے والے زاویے۔

6- مستوی کا تصوّر:

(15)

ٹھوس اشیا جن سطحوں سے گھری ہوتی ہیں
وہ دو طرح کی ہوتی ہیں:
مستوی سطح (سیدھی سطح) جیسے میز یا تپائی کے اُوپر کی سطح (شکل نمبر15)
منحنی سطح :- (مڑی ہوئی یا ٹیڑھی سطح) جیسے فٹ بال کی سطح (شکل نمبر 16)

(17) (16)

بن تراشی پنسل کی تین سطحیں ہوتی ہیں
سروں کی دو سطحیں مستوی ہوتی ہیں اور لمبائی
کی سطح منحنی ہوتی ہیں۔ بند ڈرم (شکل نمبر17)
کی بھی تین سطحیں ہوتی ہیں۔ دو مستوی اور
ایک منحنی۔ اس قسم کے مجسم کو بیلن کہتے ہیں۔

(18)

مخروط :- (شکل نمبر 18) کی دو سطحیں ہوتی ہیں۔
ایک مستوی اور ایک منحنی۔ گاجر اور مولی تقریباً مخروطی
شکل کی ہوتی ہیں۔

جیومیٹری میں مستوی سے مراد ایسی مستوی سطح ہوتی ہے جو چاروں طرف
غیر متناہی طور پر پھیلی ہوئی ہو۔

آپ جانتے ہیں کہ خط لا انتہا طور پر لمبا ہوتا ہے۔ اسی طرح مستوی لا انتہا طور
پر لمبی اور چوڑی ہوتی ہے۔

مستوی کی پہچان یہ ہے کہ اگر اس پر واقع کوئی سے دو نقاط کھینچے جائیں تو اِن
میں سے گزرنے والا خط تمام کا تمام اس پر واقع ہوگا۔

7- متوازی خطوط:

ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ متوازی خطوط دو ایسے خطوط ہوتے ہیں جن میں

کوئی نقطہ مشترک نہ ہو۔ مگر اس کے ساتھ یہ بھی ضروری ہے کہ وہ
دونوں خط ایک ہی مستوی میں واقع ہوں۔ دو خطوط جو ایک ہی مستوی
میں واقع نہ ہوں، متوازی نہیں ہوں گے اور نہ ہی وہ ایک دوسرے
کو قطع کریں گے۔ مثلاً اگر ایک خط اُفقی ہو اور دوسرا خط راسی ہو اور وہ ایک مستوی
میں واقع نہ ہوں تو وہ متوازی نہیں ہوں گے اور نہ ہی اِن میں کوئی نقطہ مشترک ہوگا۔

کمرے کے فرش کے ایک (اُفقی) کنارے اور اس کے سامنے کی دیوار کے ایک
راسی کنارے کا مشاہدہ کریں؟

شکل نمبر (19) میں دو قطعاتِ خط دکھائے گئے ہیں
یہ ایک ہی مستوی (اس صفحہ سے متعین ہونے والی مستوی)
میں واقع ہیں۔ اِن کو دونوں طرف لا انتہا طور پر بڑھانے سے جو خطوط حاصل ہوں
گے وہ ایک دُوسرے کو قطع نہیں کریں گے یعنی وہ متوازی ہوں گے۔ اِیسی صورت
میں ہم کہتے ہیں کہ یہ قطعاتِ خط متوازی ہیں۔

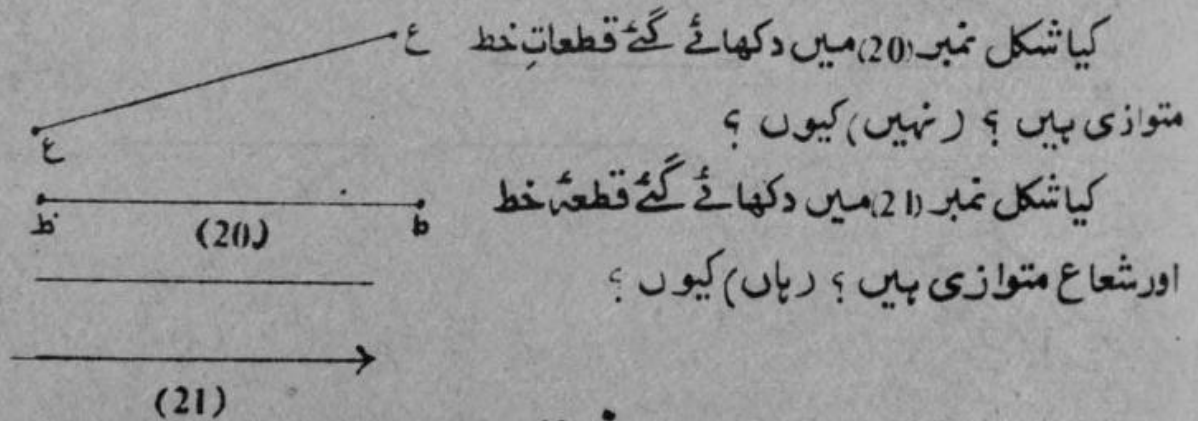
ب ... ر
د ... ج
(19)

دو قطعاتِ خط متوازی ہوں گے اگر وہ متوازی خطوط پر واقع ہوں۔

کیا شکل نمبر (20) میں دکھائے گئے قطعاتِ خط
متوازی ہیں؟ (نہیں) کیوں؟

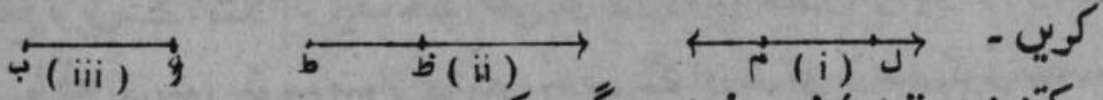
کیا شکل نمبر (21) میں دکھائے گئے قطعۂ خط
اور شعاع متوازی ہیں؟ (ہاں) کیوں؟

ع ... ع
ط ... ط
(20)

(21)

مشق 10·1

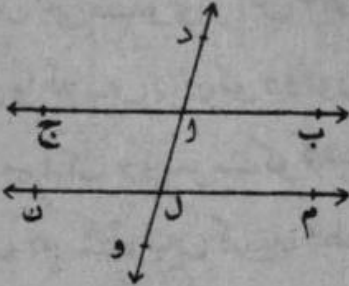
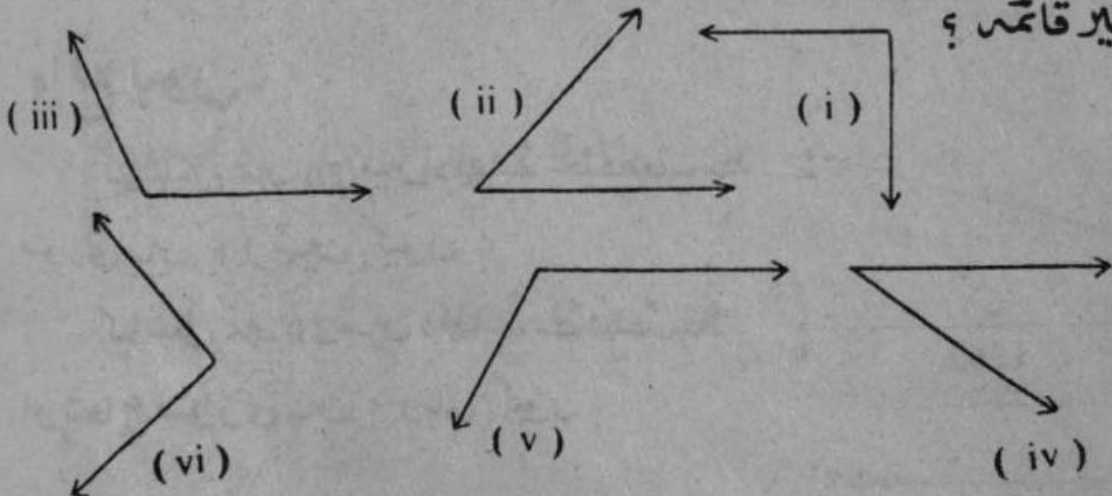
1- کتنے سرے ہوتے ہیں (i) قطعہ خط کے (ii) شعاع کے (iii) خط کے؟

2- مندرجہ ذیل اشکال میں سے کون سی قطعاتِ خط ہیں ؟ کون سی شعاعیں ہیں ؟ اور کون سی خطوط ؟ ان میں سے ہر ایک کو جتنے ممکن ناموں سے پکارا سکتا ہے۔ تحریر کریں -

(iii) ب و   (ii) ط ظ   (i) ل م

3- کتنے خط ، قطعۂ خط ، شعاعیں گزر سکتی ہیں ؟

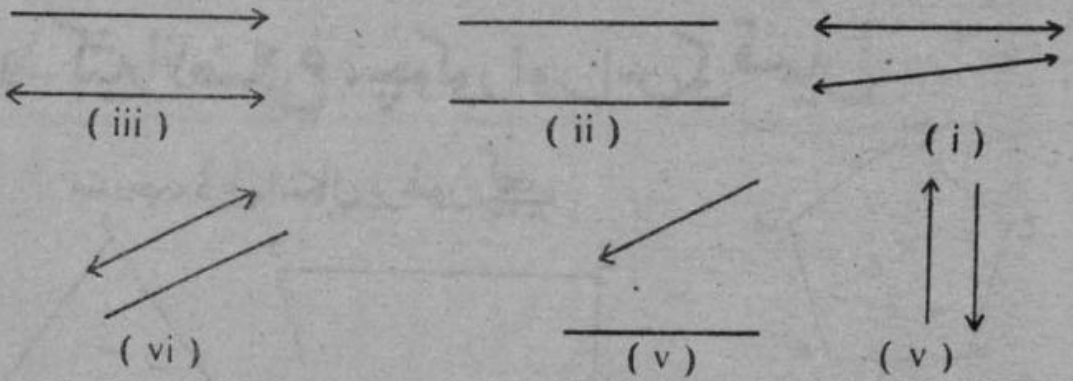
(i) ایک نقطہ میں سے   (ii) دو نقاط میں سے

4- زاویہ کسے کہتے ہیں ؟

5- ذیل کی شکل میں جو زاویے دکھائے گئے ہیں ان کے نام لکھیے - ہر ایک کے راس اور بازوؤں کے نام بھی تحریر کریں -

6- اپنی کتاب کا ایک کونہ اور اس میں سے گزرنے والے دو کناروں کو اِستعمال کرکے معلوم کریں کہ مندرجہ ذیل زاویوں میں سے کون سے قائمہ ہیں اور کون سے غیر قائمہ ؟

7- مستوی سطح اور منحنی سطح کی چند مثالیں دیجیے -

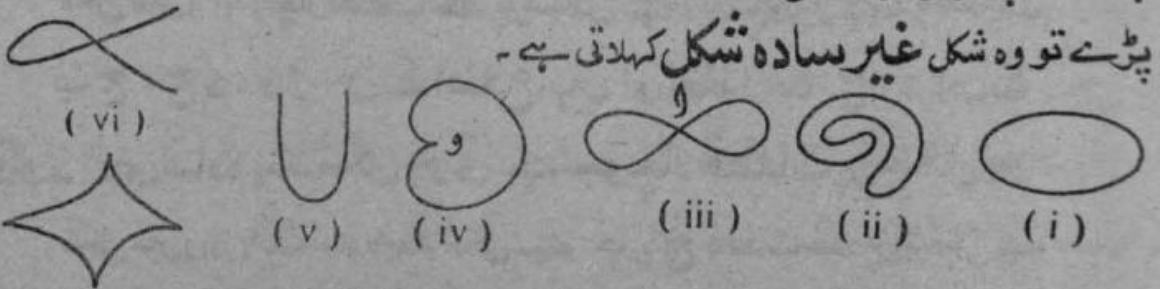
8- جیومیٹری میں مستوی سے کیا مراد ہوتی ہے ؟ مستوی کی پہچان کیا ہے ؟

9- متوازی خطوط کیسے خطوط ہوتے ہیں ؟ متوازی قطعاتِ خط کیسے قطعاتِ خط ہوتے ہیں ؟ متوازی شعاعیں کیسی شعاعیں ہوتی ہیں ؟

10- ہندسی اشکال کے مندرجہ ذیل جوڑوں میں سے کون سے متوازی ہیں اور کون کون سے غیر متوازی ؟

8- بند اور کُھلی اشکال، سادہ اور غیر سادہ اشکال:

آپ پچھلی جماعتوں میں بند اور کھلی اشکال کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ بند شکل جہاں سے شرُوع ہوتی ہے وہیں ختم ہوتی ہے۔ جبکہ کُھلی شکل کے شرُوع اور اخیر کے نقاط مختلف ہوتے ہیں۔ اگر پنسل کی نوک کو بند شکل کے کسی نقطہ پر رکھیں اور اسے شکل کے اُوپر کھسکاتے جائیں تو نوک آخر میں وہیں پہنچ جاتی ہے جہاں سے چلی تھی۔ کُھلی شکل میں ایسا ممکن نہیں۔

ایک اور لحاظ سے اشکال کی دو قسمیں ہیں۔ سادہ اشکال اور غیر سادہ اشکال۔

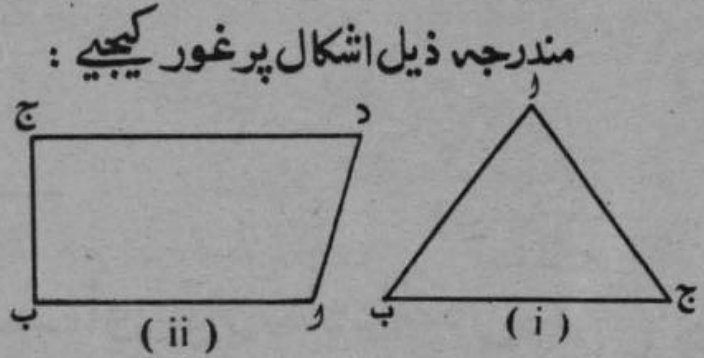
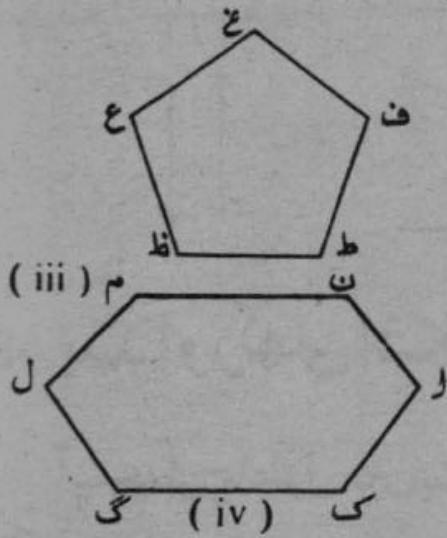
اگر پنسل کی نوک شکل کے ہر نقطہ میں سے صرف ایک دفعہ گزُرے تو وہ شکل **سادہ شکل** کہلاتی ہے۔ اگر پنسل کی نوک شکل کے کسی بھی نقطہ میں سے دو مرتبہ گزرے یا روک کر واپس موڑنی پڑے تو وہ شکل **غیر سادہ شکل** کہلاتی ہے۔

شکل نمبر (i) سادہ بند ہے۔ شکل نمبر (ii) سادہ بند ہے

شکل نمبر (iii) غیر سادہ بند ہے کیونکہ یہ بند تو ہے۔ مگر نقطہ ا پر سے پنسل دو مرتبہ گزرے گی۔

شکل نمبر (iv) غیر سادہ بند ہے کیونکہ یہ بند تو ہے مگر نقطہ و پر رُک کر مُڑے گی۔

شکل نمبر (v) سادہ کھُلی ہے۔ شکل نمبر (vi) غیر سادہ کھُلی ہے۔

شکل نمبر (vii) غیر سادہ بند ہے۔ کیوں ؟

9- کثیر الاضلاع، چوکور اور اس کی قسمیں

مندرجہ ذیل اشکال پر غور کیجیے :

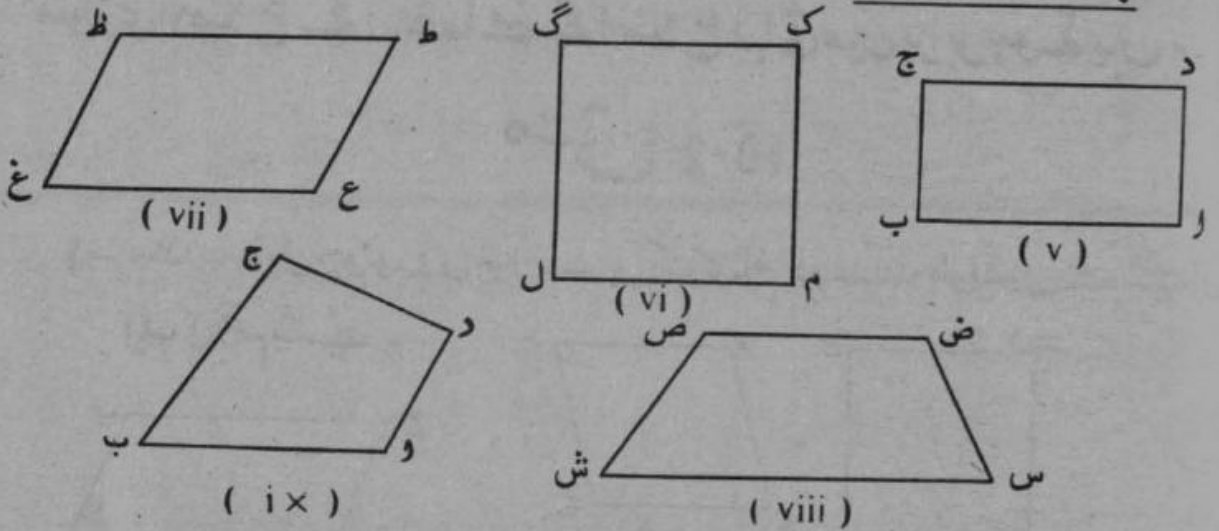
ان میں سے ہر ایک سادہ بند شکل ہے اور چند قطعاتِ خط پر مشتمل ہے ایسی شکل کو کثیر الاضلاع کہتے ہیں یعنی کثیر الاضلاع ایسی سادہ بند شکل ہوتی ہے جو چند قطعاتِ خط پر مشتمل ہو۔

شکل نمبر (i) تین قطعاتِ خط ا ب، ب ج، ج ا پر مشتمل ہے۔ یہ شکل تکون یا مثلث ہے۔ قطعات ا ب، ب ج، ج ا اِس کے اضلاع ہیں اور نقاط ا، ب، ج اِس کے راس ہیں۔ مثلث ایسی سادہ بند شکل کو کہتے ہیں جو تین قطعاتِ خط پر مشتمل ہو۔

شکل نمبر (ii) چار قطعاتِ خط پر مشتمل ہے، یہ چوکور ہے، قطعات ا ب، ب ج، ج د، د ا اس کے اضلاع ہیں اور نقاط ا، ب، ج، د اس کے راس ہیں۔ چوکور ایسی سادہ بند شکل ہوتی ہے جو چار قطعات پر مشتمل ہو۔

شکل نمبر (iii) ایک سادہ بند شکل ہے، جو پانچ قطعاتِ خط پر مشتمل ہے۔ یہ ایک مخمس ہے۔ اس کے اضلاع اور راسوں کے کیا نام ہیں ؟

شکل نمبر (iv) ایک سادہ بند شکل ہے جو چھ قطعاتِ خط پر مشتمل ہے۔ یہ ایک مسدس ہے۔

چوکور کی قسمیں :- مندرجہ ذیل اشکال پر غور کریں -

شکل نمبر (v) ایسی چوکور کی ہے جس کے سبھی زاویے (زاویہ ا، زاویہ ب، زاویہ ج، زاویہ د) قائمے ہیں - یہ ایک مستطیل ہے - مستطیل ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے سبھی زاویے قائمے ہوں -

شکل نمبر (vi) ایسی چوکور کی ہے جس کے سبھی زاویے قائمے ہیں اور جس کے سبھی اضلاع لمبائی میں برابر ہیں - یہ ایک مربع ہے - مربع ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے سبھی زاویے قائمے ہوں اور سبھی اضلاع لمبائی میں برابر ہوں -

شکل نمبر (vii) ایسی چوکور کی ہے جس کے آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہیں (اضلاع ط ظ، ع غ متوازی ہیں اور اضلاع ط ع، ظ غ متوازی ہیں) یہ ایک متوازی الاضلاع ہے - متوازی الاضلاع ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہوں -

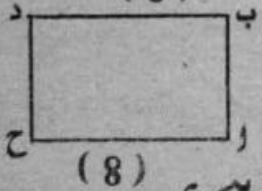
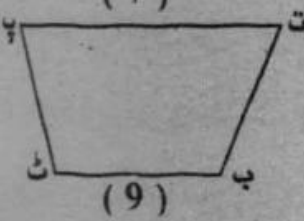
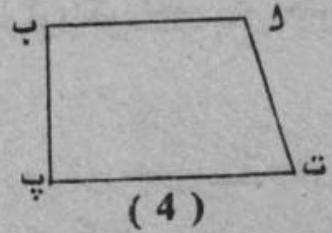
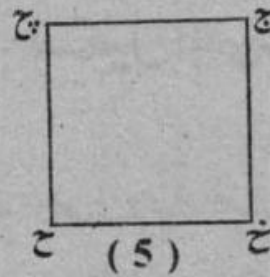
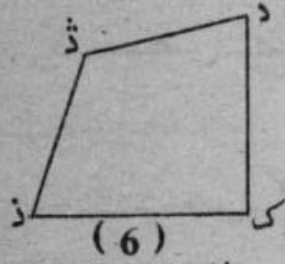
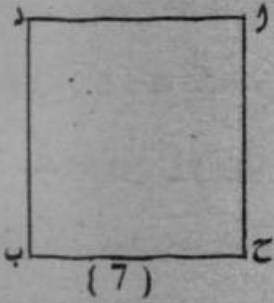
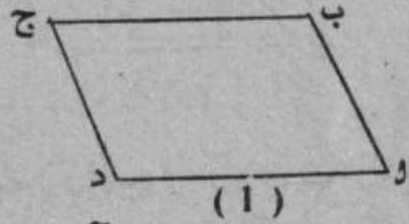
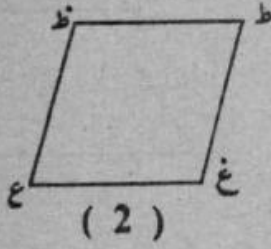
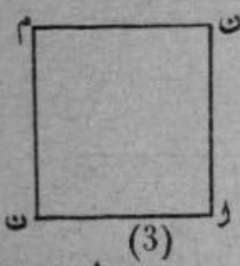
شکل نمبر (viii) میں دو اضلاع س ش، ص ض متوازی ہیں اور باقی دو اضلاع غیر متوازی ہیں - یہ ایک ذوزنقہ ہے - ذوزنقہ ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے دو اضلاع متوازی ہوں اور دو اضلاع غیر متوازی ہوں -

شکل نمبر (ix) ایسی چوکور کی ہے جس میں اشکال نمبر (v) تا (viii) میں سے کسی کی خصوصیت موجود نہیں - ایسی چوکور کو عام چوکور کہتے ہیں -

آپ پیمائش کے ذریعے اس امر کی تصدیق کر سکتے ہیں کہ اشکال نمبر (v) و (vii)

میں دی گئی چوکوروں کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہیں۔ ہر مستطیل اور متوازی الاضلاع کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

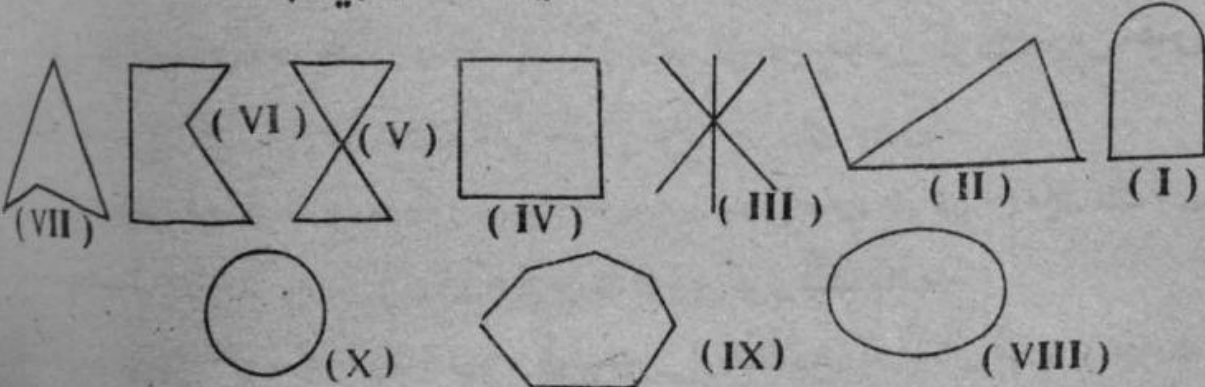
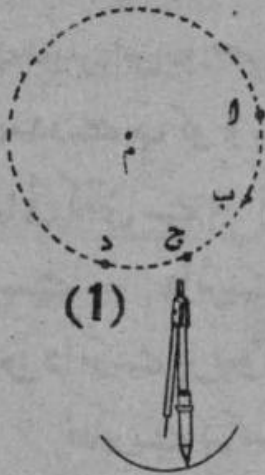
مشق 10.2

1- مندرجہ ذیل چوکوروں میں سے ہر ایک کا نام دو مختلف طریقوں سے لکھیے اور ہر ایک کی قِسم بتائیے۔

2- کثیر الاضلاع کی کیسی شکل ہوتی ہے؟

3- کتنے ضِلعے اور راس ہوتے ہیں؟ (ا) مثلث کے (ب) چوکور کے (ج) مخمس کے (د) مسدس کے۔

4- مندرجہ ذیل اشکال میں سے کون سی کثیر الاضلاع ہیں؟

10- دائرہ

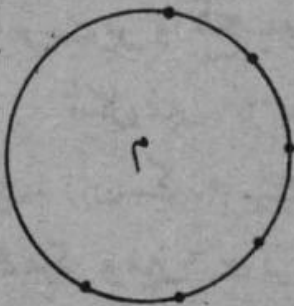
(1) و م ب ج د

اپنی کاپی کے صفحہ پر ایک نقطہ م لیں۔ مسطر کی مدد سے ایک نقطہ ا لیں جو م سے 4 سم کے فاصلہ پر ہو۔ اسی طرح چند اور نقاط ب، ج، د وغیرہ لیں جن میں سے ہر ایک نقطہ م سے 4 سم کے فاصلے پر ہو۔

آپ ایسے کتنے نقاط لے سکتے ہیں؟ (بے شمار)

(2)

کیا مسطر کی مدد سے ایسے تمام نقاط کو معلوم کرنا ممکن ہے جو نقطہ م سے 4 سم کے فاصلہ پر ہوں؟ (نہیں)۔ ایسے تمام نقاط کو حاصل کرنے کے لیے پرکار اور پنسل استعمال کر سکتے ہیں*۔

مسطر کی مدد سے پرکار کو بقدرِ 4 سم کھولیے۔ نوکدار سرا نقطہ م پر ٹکائیں اور پرکار کے پنسل والے بازو کو گھما کر ایک پورا چکر دیں۔ پنسل کی نوک تمام مطلوبہ نقاط کو نشان زدہ کر دے گی اور ہمیں کاپی کے صفحہ کے مستوی میں ایک ایسی شکل (نمبر 3) حاصل ہوگی جس کا ہر نقطہ دیے ہوئے نقطہ م سے 4 سم کے فاصلہ پر ہے۔ اس قسم کی شکل کو دائرہ کہتے ہیں۔

م

(3)

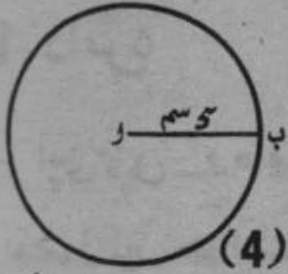
دائرہ (مستوی کے) ایسے تمام نقاط کا سیٹ ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک نقطہ ایک دیے ہوئے نقطے سے یکساں فاصلے پر ہوتا ہے۔

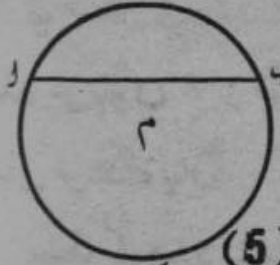
دیا ہوا نقطہ دائرے کا مرکز کہلاتا ہے۔ مرکز سے دائرہ کے کسی نقطہ کے فاصلہ کو دائرے کا رداس کہتے ہیں۔

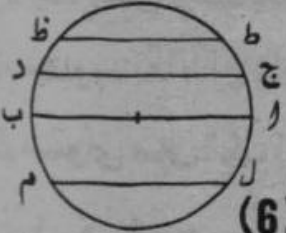
اُوپر کی مثال میں دائرے کا مرکز نقطہ 'م' ہے اور اِس کا رداس 4 سم ہے۔

---

* معلّم کو چاہیے کہ وہ ڈوری کے استعمال سے اور پرکار کے ذریعے دائرہ بنانے کی وضاحت کرے۔ لیکن جماعت میں طلباء کو پرکار کا اِستعمال سکھانے کی ضرورت نہیں۔

شکل نمبر 4 میں ایک دائرہ دکھایا گیا ہے جس کا مرکز ا ہے اور رداس 5 سم ہے۔ دائرے پر ایک نقطہ ب لیں اور مسطر کی مدد سے ب کو ا سے ملائیں۔ قطعہ اب کو ماپیں۔ اس کی لمبائی کتنی ہے؟ (5 سم) قطعہ اب دائرے کا ایک رداسی قطعہ ہے۔ دائرے کا رداسی قطعہ ایک ایسا قطعۂ خط ہوتا ہے جس کا ایک سرا دائرے پر ہوتا ہے اور دوسرا سرا دائرے کے مرکز پر ہوتا ہے۔

(4)

ظاہر ہے کہ کسی دائرے کے تمام رداسی قطعات کی لمبائی برابر ہوگی اور یہ لمبائی دائرے کے رداس کے برابر ہوگی۔

شکل نمبر 5 م مرکز کا ایک دائرہ ہے۔ اس دائرہ کے دو نقاط ا، ب کو ملایا گیا ہے۔ قطعہ خط اب ایسا قطعہ خط ہے جس کے سرے دائرے پر واقع ہیں۔ ایسے قطعۂ خط کو دائرے کا وتر کہتے ہیں۔ دائرے کا وتر ایسا قطعۂ خط ہوتا ہے جس کے سرے دائرے پر واقع ہوتے ہیں۔

(5)

شکل نمبر 6 میں دائرے کے چار وتر دکھائے گئے ہیں۔ (ان کے نام لیجیے) ان میں سے ایک وتر ایسا ہے جو دائرے کے مرکز و میں سے گزرتا ہے۔ یہ دائرے کا ایک قطر ہے۔ دائرے کا قطر اس کا ایک ایسا وتر ہوتا ہے جو اس کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔

(6)

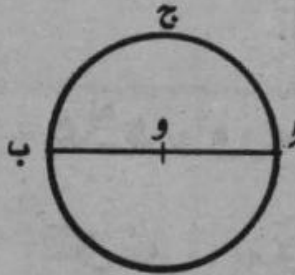
کیا شکل نمبر 6 میں قطعہ خط ج د دائرے کا قطر ہے؟ (نہیں)

شکل میں دکھائے گئے وتروں میں سے سب سے لمبا کون سا ہے؟ (قطر اب)

کیا آپ ایسا وتر معلوم کر سکتے ہیں جو دائرے کے مرکز سے نہ گزرے اور جو لمبائی میں قطر اب کے برابر ہو یا اس سے بڑا ہو؟ (نہیں)

پس ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ دائرے کا قطر ایسا وتر ہوتا ہے جس کی لمبائی زیادہ سے زیادہ ہوتی ہے۔

شکل نمبر (6) میں قطر اب کی لمبائی رداسی قطعات او اور وب کی لمبائیوں کے مجموعے کے برابر ہے۔ یعنی قطر کی لمبائی رداس سے دُگنی ہے۔ دائرے کے ہر قطر کی لمبائی رداس سے دُگنی ہوتی ہے۔

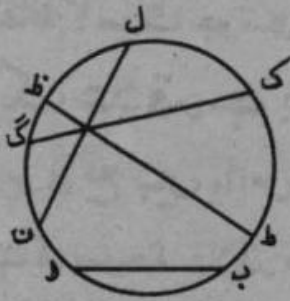
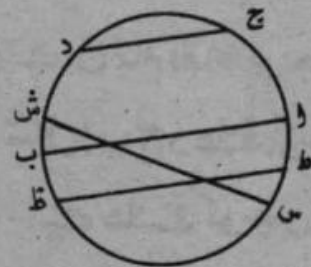
نصف دائرہ :

شکل نمبر (7) میں قطعۂ خط اب دائرے کا ایک قطر ہے۔ قطر کے سرے نقاط ا ب دائرہ کو دو ایک جیسے حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ ہر حصّہ نصف دائرہ ہے۔ انھیں ہم نصف دائرہ اج ب اور نصف دائرہ اد ب کہہ سکتے ہیں۔ نقاط اب ہر نصف دائرہ میں شامل ہیں۔

(7)

مشق 10.3

1- اشکال نمبر (i) ، (ii) میں دکھائے گئے دائروں کے مرکز، وتر، قطر اور نصف دائروں کے نام رکھیے۔

(II)

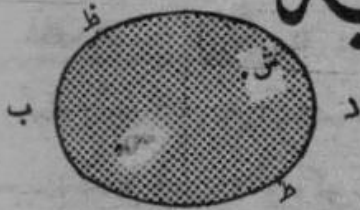
(I)

2- اگر دائرے کا رداس ایک میٹر ہو تو اس کے قطر کی لمبائی کیا ہوگی ؟ اگر دائرے کا قطر 4.2 میٹر لمبا ہو تو اِس کا رداس کیا ہوگا ؟

3- کسی دیے ہوئے دائرے کے رداس کتنے ہوتے ہیں ؟ رداسی قطعات کتنے ہوتے ہیں ؟ قطر کتنے ہوتے ہیں ؟ کیا دائرے کے تمام قطر لمبائی میں برابر ہوتے ہیں ؟

گیارہواں باب

احاطہ اور رقبہ

1- علاقہ اور سرحد

(1)

شکل نمبر (1) میں ایک بند شکل اب ج د دکھائی گئی ہے جس مستوی (اِس صفحہ کا مستوی) پر یہ واقع ہے اس کے نقاط تین قِسم کے ہیں۔

(1) نقاط جو شکل اب ج د پر واقع ہیں۔ (2) نقاط جو اس کے اندر واقع ہیں اور

(3) نقاط جو اس کے باہر واقع ہیں۔

ان تمام نقاط کا سیٹ جو اِس شکل کے اندر واقع ہیں اس کا اندرونہ کہلاتا ہے شکل میں اندرونہ کو سایہ دار دکھایا گیا ہے۔

ان تمام نقاط کا سیٹ جو شکل اب ج د کے نقاط اور اس کے اندرونہ کے نقاط پر مشتمل ہے ایک علاقہ ہے یعنی یہ علاقہ مشتمل ہے ان تمام نقاط پر جو شکل اب ج د کے اُوپر واقع ہیں یا اس کے اندر واقع ہیں۔ شکل اب ج د علاقہ کی سرحد ہے۔

واضح رہے کہ سرحد علاقہ میں شامل ہوتی ہے۔ ایسے علاقے کو جس کی سرحد کوئی کثیرالاضلاع ہو کثیرالاضلاعی علاقہ کہتے ہیں۔

ذیل میں چند کثیرالاضلاعی علاقے دکھائے گئے ہیں:

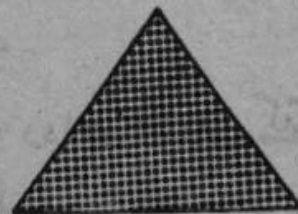
مثلثی علاقہ

(2)

مستطیلی علاقہ

(3)

مربعی علاقہ

(4)

نقاط کا وہ سیٹ جو کسی مثلث اور اِس کے اندرونہ پر مشتمل ہو مثلثی علاقہ کہلاتا ہے۔ اسی طرح نقاط کا وہ سیٹ جو کسی مستطیل اور اس کے اندرونہ پر مشتمل ہو مستطیلی علاقہ کہلاتا ہے۔ اگر کسی علاقہ کی سرحد مربع ہو تو اُسے مربعی علاقہ کہتے ہیں۔

2 - آپ کو معلوم ہے کہ ہر قطعہ خط کے ساتھ ایک عدد وابستہ کیا جاتا ہے جو اس کی لمبائی کہلاتا ہے۔

اسی طرح ہر کثیر الاضلاع کے ساتھ ایک عدد مربوط کیا جاتا ہے جو اِس کا احاطہ کہلاتا ہے۔ کثیر الاضلاع کے احاطہ سے مراد اس کے اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔ چنانچہ مثلث ا ب ج کے احاطہ سے مراد اضلاع ا ب، ب ج، ج ا کی لمبائیوں کا مجموعہ ہے۔

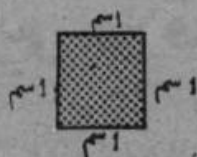
اِسی طرح کسی چوکور کے احاطہ سے مراد اس کے چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ ہے۔
ہر علاقہ کے ساتھ بھی ایک عدد وابستہ کیا جاتا ہے جسے اس علاقہ کا رقبہ کہتے ہیں۔
کسی علاقہ کے رقبہ سے مراد اس جگہ کی پیمائش ہے جس پر وہ واقع ہے۔

آپ نے پچھلی جماعت میں پڑھا تھا کہ

مستطیل کا احاطہ = 2 × (طول + عرض) اور مربع کا احاطہ = ضلع کی لمبائی × 4

اب ہم رقبہ سے متعلق چند بنیادی نتائج کی وضاحت کرتے ہیں۔

3- مستطیلی علاقہ کا رقبہ :

جس طرح لمبائی ماپنے کے لیے کسی اکائی کا اختیار کرنا ضروری ہوتا ہے اسی طرح کسی علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے بھی کسی اکائی کو اختیار کرنا لازمی ہوتا ہے۔

شکل نمبر (5) میں ایک مربعی علاقہ دکھایا گیا ہے۔ اس کی سرحد کا ہر ضلع 1 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ ہم کہیں گے کہ اس علاقہ کا رقبہ 1 مربع سینٹی میٹر ہے۔

1 سم
1 سم 1 سم
1 سم

(5)

اسی طرح اگر کسی مربعی علاقہ کی سرحد کا ہر ضلع 1 میٹر لمبا ہو تو اس کا رقبہ

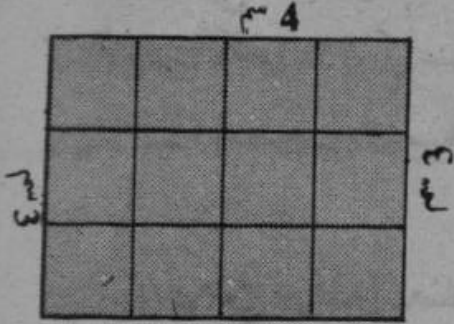
1 مربع میٹر تصور ہوگا۔

رقبہ کی پیمائش کے لیے 1 مربع سینٹی، 1 مربع میٹر، ایک مربع ہیکٹو میٹر وغیرہ اکائیاں لی جا سکتی ہیں ۔

4 سم

3 سم

4 سم

(6)

شکل نمبر (6) میں ایک مستطیلی علاقہ دکھایا گیا ہے ۔ اس کا طُول (سرحد کے بڑے اضلاع میں سے ایک کی لمبائی) 4 سم اور عرض (سرحد کے چھوٹے اضلاع میں سے ایک کی لمبائی) 3 سم ہے ۔

ہم تمام اضلاع پر ایک ایک سم کے فاصلہ پر نشان لگاتے ہیں اور آمنے سامنے کے نشانات کو قطعاتِ خط سے ملا دیتے ہیں ۔ اس طرح سے دیا ہوا علاقہ چند چھوٹے علاقوں میں تقسیم ہو جاتا ہے ۔

چھوٹے علاقوں کے کتنے راسی کالم ہیں ؟ چار

ہر راسی کالم میں کتنے چھوٹے علاقے ہیں ؟ تین

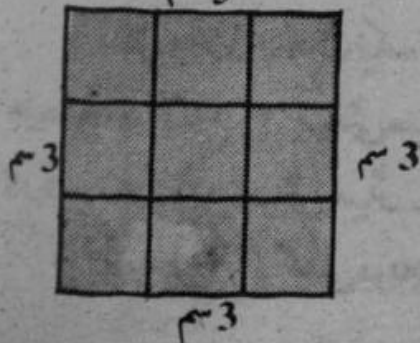
کل کتنے چھوٹے علاقے ہیں ؟ $4 \times 3 = 12$

ہر چھوٹے علاقے کا رقبہ = 1 مربع سینٹی میٹر

کیونکہ کل علاقہ تمام چھوٹے علاقوں پر مشتمل ہے اس لیے ہم ان چھوٹے علاقوں کے رقبوں کے مجموعہ کو کل علاقہ کا رقبہ قرار دیتے ہیں ۔ یعنی

دیے ہوئے مستطیلی علاقہ کا رقبہ = 4×3 مربع سینٹی میٹر = 12 مربع سینٹی میٹر

اِس مثال سے ہم اِس نتیجہ پر پہنچے ہیں کہ کسی

مستطیلی علاقہ کا رقبہ = طول × عرض (مربع اکائیاں)

4- مربعی علاقہ کا رقبہ :

شکل نمبر (7) میں ایک مربعی علاقہ دکھایا گیا ہے جس کی سرحد کا ہر ضلع 3 سم لمبا ہے ۔

تمام ضلعوں پر ایک ایک سم کے فاصلہ پر نشان

سے ملانے سے کل علاقہ چند چھوٹے علاقوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔

چھوٹے علاقوں کے کتنے راسی کالم ہیں؟ تین

ہر راسی کالم میں کتنے چھوٹے علاقے ہیں؟ تین

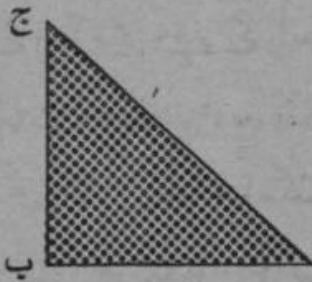
کُل کتنے چھوٹے علاقے ہیں؟ $3 \times 3 = 9$

ہر چھوٹے علاقے کا رقبہ 1 مربع سم ہے۔

چونکہ کُل علاقہ تمام چھوٹے علاقوں پر مشتمل ہے ہم ان علاقوں کے رقبوں کے مجموعہ کو کُل علاقہ کا رقبہ قرار دیتے ہیں یعنی

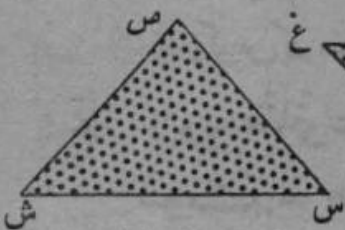
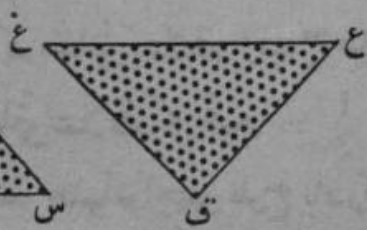
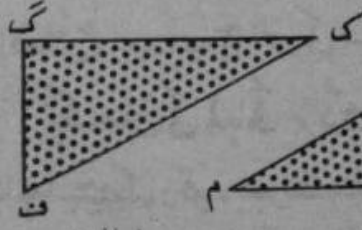
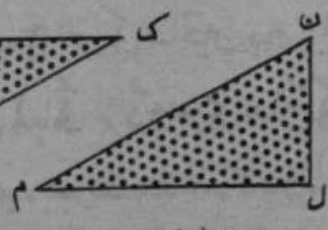
کل مربعی علاقے کا رقبہ $= 3 \times 3$ مربع سینٹی میٹر $= 9$ مربع سینٹی میٹر

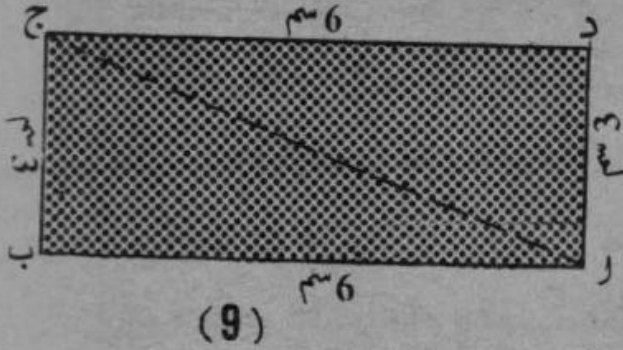
اس مثال سے معلوم ہوا کہ کسی مربعی علاقہ کا رقبہ = ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی (مربع اکائیاں)

5- قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ کا رقبہ:

(8)

شکل نمبر (8) میں ایک مثلث دکھائی گئی ہے۔ اس میں زاویہ ا ب ج قائمہ ہے۔ ایسی مثلث کو جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویے کے سامنے کا ضلع مثلث کا وتر کہلاتا ہے۔ باقی دونوں ضلعوں کو مثلث کی ساقین (ساق کا مطلب ہے ٹانگ یا پنڈلی) کہتے ہیں۔ شکل نمبر (8) میں ضلع ا ج مثلث کا وتر ہے۔ اضلاع ا ب، ب ج اس کی ساقین ہیں۔

ذیل میں چند اور قائمۃ الزاویہ مثلثیں دکھائی گئی ہیں۔ ان کے وتروں کے کیا کیا نام ہیں؟

(iv) (iii) (ii) (i)

یاد رہے کہ قائمۃ الزاویہ مثلث میں ساقین کا مشترک نقطہ قائمۃ الزاویہ کا راس ہوتا ہے۔

(9)

شکل نمبر (9) ایک مستطیلی علاقہ کی ہے اس کا طول 6 سم اور عرض 3 سم ہے۔

پس اس کا رقبہ = 6 × 3 مربع سینٹی میٹر

= 18 مربع سینٹی میٹر

قطعۂ خط اج مستطیلی علاقہ کو دو مثلثی علاقوں میں تقسیم کرتا ہے۔ مثلثی علاقہ ا ب ج قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ہے کیونکہ اس میں زاویہ ب قائمہ ہے۔ اسی طرح مثلثی علاقہ ا د ج قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ہے، اس میں زاویہ د قائمہ ہے۔ یہ دونوں مثلثی علاقے رقبہ میں برابر ہیں۔ اس بات کی پڑتال یوں کی جاسکتی ہے کہ کاغذ کا ایک مستطیلی تختہ لیں۔ اس کو اس طرح دوہرا کریں کہ شکن اس کے دو آمنے سامنے کے راسوں کو ملاتا ہو، پھر تختہ کو اس شکن پر کاٹیں۔ آپ دیکھیں گے کہ دو قائمۃ الزاویہ مثلثی تختے حاصل ہو گئے ہیں۔ ان میں سے ایک کو دُوسرے پر اِس طرح رکھا جاسکتا ہے کہ ہر ایک دُوسرے کو پُورا پُورا ڈھانپ لے۔

پس معلوم ہوا کہ شکل نمبر 9 میں ہر مثلثی علاقے کا رقبہ مستطیلی علاقے کے رقبہ کا نصف ہے یعنی

قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ا ب ج کا رقبہ = 6 × 3 کا $\frac{1}{2}$ (مربع سینٹی میٹر)

= 18 کا $\frac{1}{2}$ (مربع سینٹی میٹر)

= 9 مربع سینٹی میٹر

اسی طرح مثلثی علاقہ کا ا ج د کا رقبہ = 9 مربع سینٹی میٹر

اب ملاحظہ کریں کہ مثلثی علاقہ ا ب ج میں اضلاع ا ب، ب ج اس کی ساقین ہیں۔ پس کسی قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (ایک ساق کی لمبائی × دُوسری ساق کی لمبائی)

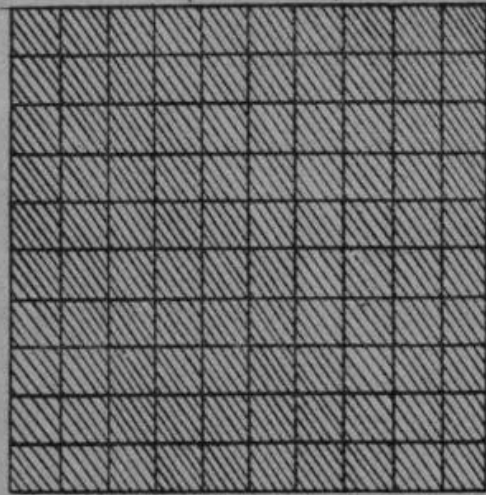
نوٹ :۔ طلبا کو اچھی طرح یاد رکھنا چاہیے کہ رقبہ صرف علاقہ کا ہوتا ہے۔ مثلث، مستطیل وغیرہ کا رقبہ نہیں ہوتا، اِن کا صرف احاطہ معلوم کر سکتے ہیں۔ یہ

قطعاتِ خط پر مشتمل ہوتی ہیں اور کسی قطعہ خط کا رقبہ نہیں ہوتا۔ لہٰذا مثلث کا رقبہ، مستطیل کا رقبہ وغیرہ نہیں کہنا چاہیے بلکہ مثلثی علاقہ کا رقبہ، مستطیلی علاقہ کا رقبہ کہنا چاہیے ۔ یہ بھی یاد رہے کہ کسی علاقہ کے احاطہ سے مراد اس کی سرحد کا احاطہ ہوتا ہے۔

6- رقبہ کی مختلف اکائیوں کی ایک دوسری میں تحویل :

نیچے دیے ہوئے مربعی علاقہ کا ضلع 1 ڈیسی میٹر یا 10 سینٹی میٹر ہے۔ پس اِس کا رقبہ 1 مربع ڈیسی میٹر یا 100 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اس سے معلوم ہوا کہ

1 مربع ڈم = 100 مربع سم

اس نتیجہ کو مدِّ نظر رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل جدول آسانی سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

100 مربع ملی میٹر = 1 مربع سینٹی میٹر
100 مربع سینٹی میٹر = 1 مربع ڈیسی میٹر
100 مربع ڈیسی میٹر = 1 مربع میٹر
100 مربع میٹر = 1 مربع ڈیکا میٹر
100 مربع ڈیکا میٹر = 1 مربع ہیکٹو میٹر
100 مربع ہیکٹو میٹر = 1 مربع کلو میٹر

مشق 11

1- مندرجہ ذیل میں سے سایہ دار علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

2–

5 میٹر

40 میٹر

5 میٹر

50 میٹر

70 میٹر

3–

(i)

70 میٹر

50 میٹر

(ii)

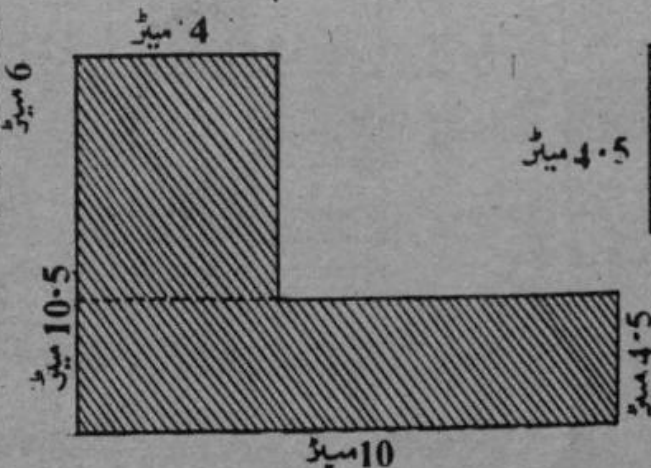
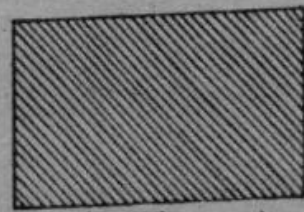
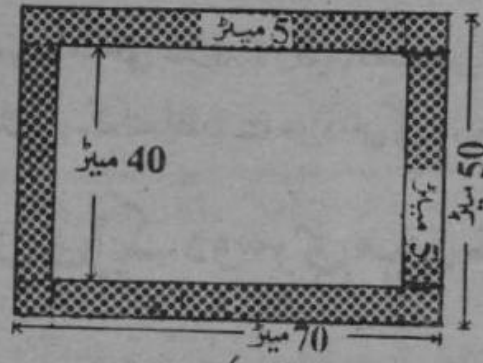
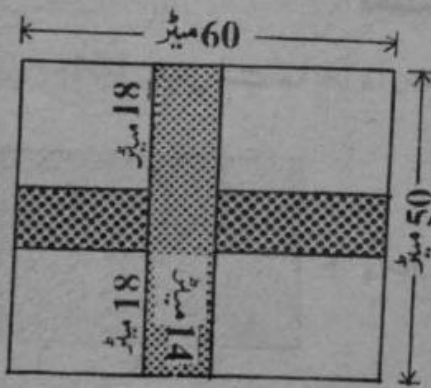
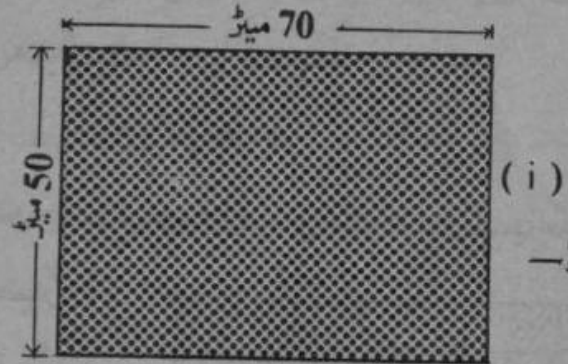
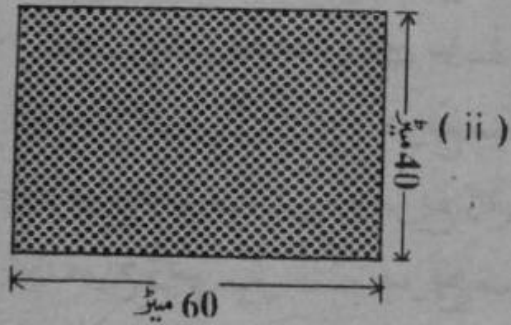
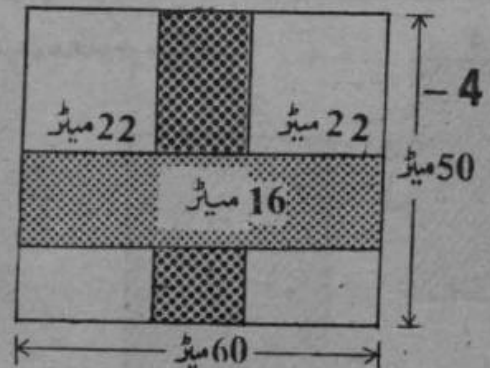
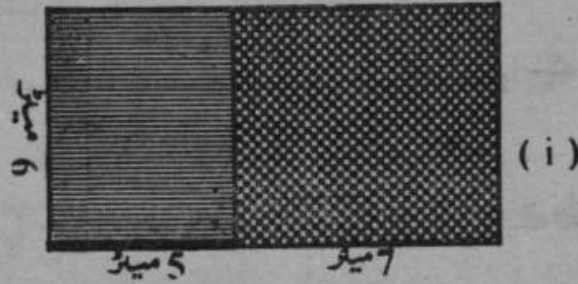
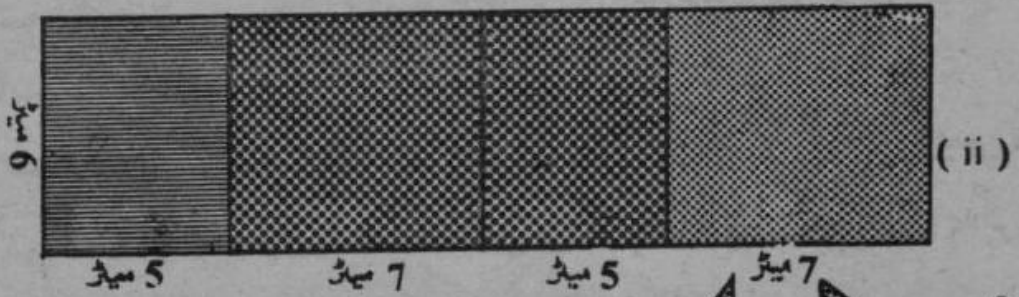
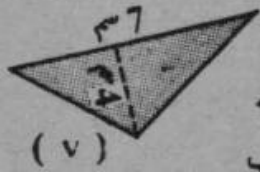
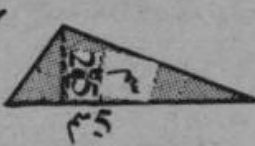
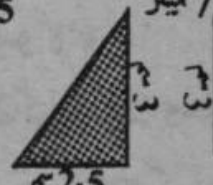
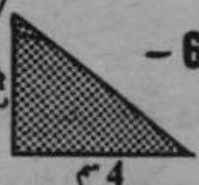
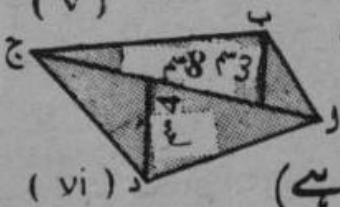
40 میٹر

60 میٹر

4–

(i)

(ii)

5–

(شکل نمبر (vi) میں ر اور ج کا درمیانی فاصلہ 8 سم ہے)

7– ایک کھیت 70 میٹر لمبا اور 45 میٹر چوڑا ہے۔ اس میں گندم بونے کا خرچ 1.50 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے اور اس کے گرداگرد باڑ لگانے کا خرچ 1 روپیہ فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

8– ایک بستر کی چادر 2 میٹر 4 ڈیسی میٹر لمبی اور 1 میٹر 6 ڈیسی میٹر چوڑی ہے۔ اس پر دونوں طرف کشیدہ کاری کا خرچ 5 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے اور کناروں پر لیس لگانے کا خرچ 50 پیسے فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے۔

(پہلے لمبائی اور چوڑائی کو ایک ہی اکائی میں تحویل کریں)

9– ایک مستطیلی میدان میں گھاس لگانے پر 20 روپے فی مربع ڈیکا میٹر کے حساب سے 360 روپے خرچ ہوئے۔ اگر اس کا طول 45 میٹر ہو تو عرض معلوم کیجیے۔

10– دو بچّوں کے سُوٹ بنانے کے لیے 1.25 میٹر عرض والا کپڑا 7.50 میٹر لگتا ہے،

1.50 میٹر عرض والا کپڑا کتنا درکار ہوگا ؟

11- ایک نقشہ ۱ سم= 10 کلومیٹر کی سکیل پر تیار کیا گیا ہے - ایک جھیل کا رقبہ 30 مربع کلومیٹر ہے - نقشے پر اس کا رقبہ کیا ہوگا ؟

12- ایک مستطیلی باغ کا احاطہ 240 میٹر ہے - اُس کے طول اور عرض میں 5 ، 3 کی نسبت ہے - اُس پر گھاس لگانے کا خرچ 0.75 روپیہ فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کریں -

13- ایک مسجد کا صحن 120 میٹر لمبا اور 100 میٹر چوڑا ہے - اُس پر 5 ڈیسی میٹر لمبے اور 3 ڈیسی میٹر چوڑے سنگِ مرمر کے بلاک کتنے لگیں گے ؟ اگر ایک بلاک کی قیمت 2.50 روپے ہو تو کُل کیا خرچ ہوگا ؟

14- ایک مستطیلی باغیچہ 51 میٹر لمبا ہے - اُس کے گرداگرد 4.5 میٹر چوڑی سڑک بنی ہوئی ہے - اگر سڑک کا رقبہ 864 مربع میٹر ہو تو باغیچے کی چوڑائی معلوم کریں -

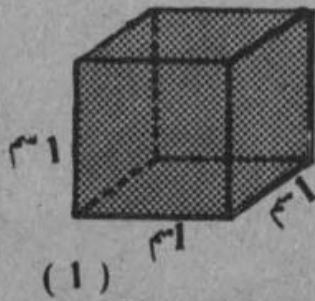
15- ایک فرش پر جس کی پیمائش 15 میٹر × 12 میٹر ہے - چپس لگوانے کا خرچ 1440 روپے ہوتا ہے - ایک دُوسرے فرش پر جس کی پیمائش 12 میٹر × 8 میٹر ہے ، پلستر کروانے کا کیا خرچ ہوگا جبکہ پلستر کروانے کے خرچ کی شرح چپس کی شرح کا $\frac{4}{5}$ ہے -

---

بارہواں باب

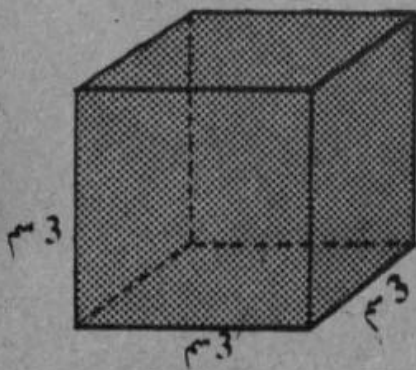
حجم کا تصوّر

1- اگر آپ اِرد گرد کی چیزوں کو دیکھیں تو معلوم ہوگا کہ کوئی چیز بڑی ہے اور کوئی چھوٹی- مثلاً فٹ بال بڑا ہے اور گیند چھوٹا- اسی طرح تربوز بڑا ہے اور سیب چھوٹا- دو چیزوں میں سے جو چیز زیادہ جگہ گھیرتی ہے وہ بڑی کہلاتی ہے اور دُوسری چھوٹی- جتنی جگہ میں کوئی چیز واقع ہو اس کی پیمائش کو اس چیز کا حجم کہتے ہیں- جس طرح مختلف چیزوں کی لمبائی یا رقبہ معلوم کرنے کے لیے لمبائی یا رقبہ کی اکائی کی ضرورت ہوتی ہے- اس طرح کسی چیز کے حجم کو ماپنے کے لیے اکائی درکار ہوتی ہے-

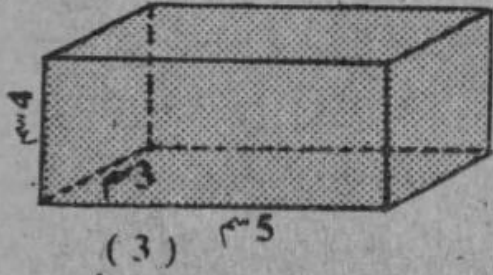
1 سم
1 سم
1 سم
(1)

شکل 1 میں ایک مجسّم* دکھایا گیا ہے-
اس کے کتنے کنارے ہیں؟ (بارہ)
اِس کی کُل کتنی سطحیں ہیں؟ (چھے)
ہر سطح مستوی ہے یا منحنی؟ (مستوی)
ہر سطح کیسی شکل کی ہے؟ (مربعی علاقہ جیسی)
ہر مربعی سطح کا ضلع کتنا لمبا ہے؟ (ایک سم)
ہم کہتے ہیں کہ اس مجسم کا حجم ایک مکعب سینٹی میٹر ہے-

شکل 2 میں ایک اور قدرے بڑا مجسم دکھایا گیا ہے-
اس کی ہر سطح ایک مربعی علاقہ ہے-
تمام کنارے لمبائی میں برابر ہیں اور ہر کنارے کی لمبائی 3 سم ہے-

---

* [illegible]

اِس قسم کے مجسم کو ٹھوس مکعب کہتے ہیں ۔

شکل 3 میں ایک اور مجسم دکھایا گیا ہے ۔

(3)

اِس کے کتنے کنارے ہیں ؟ (بارہ)

کتنی سطحیں ہیں ؟ (چھ)

ہر سطح کیسا علاقہ ہے ؟ (مستطیلی)

جو کنارے ایک ہی کونہ میں ملتے ہوں یعنی ان کا ایک سرا مشترک ہو اُنہیں ہم سرا کنارے کہتے ہیں ۔

شکل 3 میں دکھائے گئے مجسم کے کوئی سے تین ہم سِرا کناروں کی لمبائیاں کیا ہیں ؟ (3 سم ، 4 سم ، 5 سم)

ہم دیکھ چکے ہیں کہ ٹھوس مکعب کے تمام کنارے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں ۔ اس لیے اس کے کوئی سے تین ہم سِرا کنارے بھی لمبائی میں برابر ہوں گے ۔

کیا شکل 3 میں دکھایا گیا مجسم ٹھوس مکعب ہے ؟ (نہیں) کیونکہ اس کے تین ہم سِرا کناروں کی لمبائیاں برابر نہیں ہیں ۔

اس قِسم کے مجسم کو ٹھوس مکعب نما کہتے ہیں ۔

ٹھوس مکعب نما ایسا مجسم ہوتا ہے جس کی تمام سطحیں مستوی ہوتی ہیں مگر تین ہم سرا کناروں میں سے کم از کم دو، لمبائی میں نابرابر ہوتے ہیں ۔

اینٹیں اور سنگِ مرمر کی ٹائلیں اکثر ٹھوس مکعب نما ہوتی ہیں ۔ کتابیں اور کاپیاں بھی عموماً ٹھوس مکعب نما ہوتی ہیں ۔

اب اُستاد صاحب کو چاہیے کہ وہ ایک مکعب سینٹی میٹر حجم والے ٹھوس مکعب لے کر انھیں مختلف طریقوں سے اس طرح سے ترتیب دے کہ ان سے مختلف سائزوں کے ٹھوس مکعب اور ٹھوس مکعب نما بن جائیں اور ان کی مدد سے طلبا سے ٹھوس مکعب اور ٹھوس مکعب نما کے حجم کے کلیے عملی طور پر اخذ کرائیں ۔

ٹھوس مکعب کا حجم = کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی
(مکعب اکائیاں)
ٹھوس مکعب نما کا حجم = تین ہم سرا کناروں کی لمبائیوں کا حاصل ضرب
(مکعب اکائیاں)

مشق 12.1

1 – ٹھوس مکعب کا حجم معلوم کریں جبکہ کنارے کی لمبائی مندرجہ ذیل ہے :

(i) 4 سم (ii) 2.1 ڈیسی میٹر (iii) 4.5 میٹر

2 – ٹھوس مکعب نما کا حجم معلوم کریں جس کے ہم سرا کناروں کی لمبائیاں حسب ذیل ہیں:

(i) 2 سم ، 3 سم ، 5 سم (ii) 6 میٹر ، 7 میٹر ، 9 میٹر

3 – ایک مکعب نما تالاب میں 15000 مکعب میٹر پانی ہے ۔ اِس کے پیندے کا طُول 30 میٹر اور عرض 25 میٹر ہے ۔ اِس کی گہرائی معلوم کیجیے ۔

4 – ٹھوس مکعب کے کنارے کی لمبائی معلوم کیجیے ۔ جبکہ اس کا حجم مندرجہ ذیل ہے ۔

(i) 8 مکعب میٹر ، (ii) 64 مکعب ڈیسی میٹر ، (iii) 343 مکعب میٹر ،

(iv) 1331 مکعب ڈیسی میٹر ۔

جوابات

مشق 1.1

1 تا 10، 18 کے جوابات دینا مناسب نہیں ہے۔

(11)، (12) :مترادف (13)، (14) : غیر مترادف

(16) (i) ، (ii) ، (iii) ، (v) : ہاں (iv) ، (vi) : نہیں

(17) (i) ، (ii) ، (iii) ، (vi) ، (viii) : "تحتی سیٹ ہے۔"

(iv) ، (v) ، (vii) ، (ix) ، (x) : "تحتی سیٹ نہیں ہے۔"

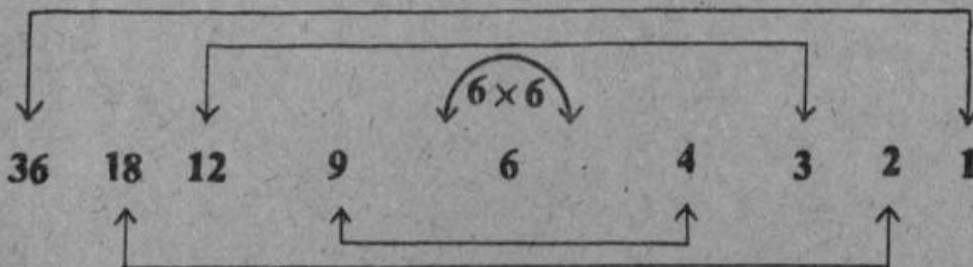
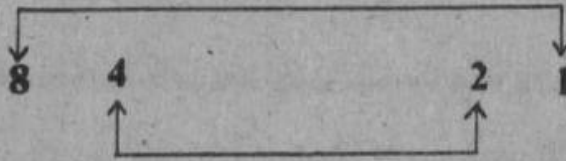
(18) ہاں (19) ہاں (20) نہیں

مشق 2.1

(1) 28 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،2،4،7،14،28}

32 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،2،4،8،16،32}

نوٹ : باقی سیٹ بچے خود لکھیں

(2) 36 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،2،3،4،6،9،12،18،36}

8 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،2،4،8}

نوٹ: باقی سیٹ بچّے خود لکھیں۔

(3) نہیں۔کیونکہ 14 تقسیم نہیں ہو سکتا 5 سے۔ (4) 3،5

(5) (ا) 4،8 (ب) 3،6 (ج) 4،5 (د) 3،7 (ر) 3،4،6،8 (س) 3،4،5،6

(6) (ا) غلط (ب) درست (ج) درست (د) درست

مشق 2.2

(1) مفرد اعداد: 7،17،19 - مرکب اعداد: 6،8،9،21،100،1000،2,000،207

(2) 163 ، 251 ، 401 مفرد اعداد ہیں۔

287 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {7 ، 41}

203 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {7 ، 29}

529 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {23} کیونکہ $529 = 23 \times 23$

(3) (ا) دو (ب) 1 (ج) مفرد

(4) (ا) درست (ب) درست (ج) غلط (کیونکہ 2 مفرد عدد ہے مگر طاق نہیں۔)

مشق 2.3

(1) (ا) 1 (ب) 1 (ج) صفر (د) صفر۔

(2) (ا) درست (ب) غلط (ج) غلط (د) درست۔ (3) 2،3

مشق 2.4

(1) 2 سے تقسیم ہونے والے اعداد: 84 (اکائی کا ہندسہ 4)، 678 (اکائی کا ہندسہ 8)،
800 (اکائی کا ہندسہ 0)، 5872 (اکائی کا ہندسہ 2)، 94596 (اکائی کا ہندسہ 6)
4 سے تقسیم ہونے والے اعداد: 84 ، 800 ، 5872 ، 94596 چونکہ ان
اعداد کے اکائی و دہائی کے ہندسوں سے بننے والے اعداد 4 پر تقسیم ہو سکتے ہیں۔
(2) 285 (چونکہ 5+8+2=15 اور 15 تقسیم ہو سکتا ہے 3 سے) 1902،4860،2718
16125،35124،80415
(3) (ا) 246،312،2544 (ب) 2544 ، 246،312،1000011
(ج) 415 ،145 (د) کوئی نہیں۔
(4) 246،312،2544 کیونکہ یہ 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہوتے ہیں۔
(5) (ا) 1 (ب) 1 (ج) 1

مشق 2.5

(1) 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29 ، 31 ، 37 ، 41 ، 43 ، 47 ، 53 ، 59 ، 61 ، 67 ، 71 ،
73 ، 79 ، 83 ، 89 ، 97.
(2) 307 ، 311 ، 313 ، 317 ، 331 ، 337 ، 347 ، 349 .

مشق 2.7

(1) 2×2 ، $2\times2\times2$ ، $2\times2\times2\times2$ ، $3\times3\times3$ ، $5\times2\times2\times2$ ، $5\times3\times3$
$5\times3\times2\times2$ ، $7\times5\times2$ ، $3\times3\times3\times2\times2$ ، $5\times3\times3\times2\times2$ ، $7\times7\times2\times2$
$11\times7\times3$
(3) $3\times3\times3\times3\times3\times2\times2$ (4) (ا) درست (ب) درست (ج) غلط۔
(5) 17 (6) 37 (7) 5

مشق 3.1

(1) {1،2} (2) {1،2،3} (3) {1،5} (4) {2،2،3،4،6،12}

(5) {1،3} (6) {1،3،9} (7) {1،2} (8) {1،2} (9) {1،2}

(10) { } (11) {1،2،4} (12) {1،2،5،10}

مشق 3.2

(1) 45 کے عادوں کا سیٹ = {1،3،5،9،45}

75 کے عادوں کا سیٹ = {1،3،5،15،25،75}

45 اور 75 کے مشترک عادوں (اجزائے ضربی) کا سیٹ = {1،3،5}

مشترک عادِ اعظم = 5

باقی سوالات اسی طرح حل کیے جائیں۔ جوابات نیچے درج ہیں۔

(2) 7 (3) 24 (4) 1 (5) 12 (6) 8 (7) 5 (8) 8

(9) 12 (10) 15 (11) 13 (12)

مشق 3.3

(1) $30 = 2\times3\times5$ ، $45 = 3\times3\times5$ مشترک عاد اعظم $= 3\times5 = 15$

(2) 12 (3) 5 (4) 10 (5) 36 (6) 1 (7) 15 (8) 4

(9) 16 (10) 4 (11) 42 (12) 5

مشق 3.4

2 (2) 6 (3) 4 (4) 1 (5) 1 (6) 140 (7) 72

(8) 6 (9) 35 (10) 5 (11) 15 (12) 5 (13) 24 (14) 60

مشق 3.5

(1) 4 (2) 2 اور 3 (3) 4 (4) 5 (5) 8‘7

(6) {50‘45‘40‘35‘30‘25‘20‘15‘10‘5} (7) {60‘54‘48‘42‘36‘30‘24‘18‘12‘6}

(8) {70‘63‘56‘49‘42‘35‘28‘21‘14‘7} (9) {80‘72‘64‘56‘48‘40‘32‘24‘16‘8}

(10) {90‘81‘72‘63‘54‘45‘36‘27‘18‘9}

مشق 3.6

(1) 6 کے اضعاف کا سیٹ = {6‘12‘18‘24‘30‘36‘42‘48‘...}

8 کے اضعاف کا سیٹ = {8‘16‘24‘32‘40‘48‘...}

6 اور 8 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {24‘48‘72‘...}

(2) {...‘135‘90‘45} (3) {...‘72‘54‘36‘18}

(4) {...‘90‘60‘30} (5) {...‘180‘120‘60}

(6) {...‘144‘96‘48} (7) {...‘504‘336‘168}

(8) {...‘182‘91} (9) {...‘72‘48‘24}

(10) {...‘72‘48‘24} (11) {...‘90‘60‘30}

(12) {...‘315‘210‘105}

مشق 3.7

(1) 24 (2) 45 (3) 18 (4) 30 (5) 60 (6) 48

(7) 168 (8) 91 (9) 24 (10) 24 (11) 30 (12) 105

مشق 3.8

(1) 144 (2) 144 (3) 1600 (4) 6912 (5) 6400

(6) 780 (7) 225 (8) 72 (9) 5460 (10) 1008

(11) 2500 (12) 420

مشق 3.9

(1) 420 (2) 144 (3) 216 (4) 3528 (5) 1728

(6) 5250 (7) 2520 (8) 144 (9) 1008 (10) 15470

(11) 648 (12) 116875

مشق 4.1

بطور نمونہ صرف دو جوابات دیے جا رہے ہیں۔

(1) $\frac{2}{3}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \ldots\ldots\ldots\right\}$

$\frac{7}{9}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{7}{9}, \frac{14}{18}, \frac{21}{27}, \frac{28}{36}, \ldots\ldots\ldots\right\}$

(2) واجب کسریں = $\frac{3}{17}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{11}{13}$ ، $\frac{5}{12}$

غیر واجب کسریں = $\frac{7}{3}$ ، $\frac{6}{5}$ ، $\frac{10}{7}$ ، $\frac{11}{5}$ ، $\frac{12}{5}$

مخلوط کسریں = $7\frac{3}{4}$ ، $9\frac{5}{6}$ ، $11\frac{11}{12}$ ، $5\frac{7}{8}$

مشق 4.2

(1) $1\frac{5}{8} = \frac{13}{8}$ (2) $1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{6} = \frac{8}{6}$ (3) $1\frac{4}{9}$ (4) $1\frac{1}{10}$ (5) $1\frac{4}{21}$

(6) $\frac{2}{3}$ (7) $1\frac{19}{24}$ (8) $2\frac{1}{12}$ (9) $2\frac{1}{24}$ (10) $1\frac{31}{84}$

(11) $2\frac{13}{60}$ (12) $2\frac{313}{504}$ (13) $26\frac{5}{6}$ (14) $12\frac{27}{56}$

مشق 4.3

(1) $6\frac{1}{8}$ (2) $6\frac{1}{2}$ (3) 9 (4) $13\frac{2}{9}$ (5) $16\frac{5}{24}$ (6) $7\frac{23}{30}$

(7) $6\frac{3}{8}$ (8) $9\frac{7}{10}$ (9) $16\frac{17}{24}$ (10) $13\frac{19}{60}$ (11) $8\frac{17}{60}$ (12) $10\frac{7}{24}$

مشق 4.4

(1) $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{14}$ (5) صفر

(6) $\frac{2}{3}$ (7) $\frac{1}{3}$ (8) $\frac{3}{16}$ (9) $\frac{13}{24}$ (10) $\frac{3}{7}$

(11) $\frac{3}{5}$ (12) $\frac{7}{12}$

مشق 4.5

(1) $1\frac{5}{6}$ (2) $3\frac{1}{4}$ (3) $2\frac{1}{2}$ (4) $4\frac{5}{12}$ (5) $2\frac{7}{12}$ (6) $2\frac{5}{8}$

(7) $2\frac{2}{3}$ (8) $6\frac{3}{8}$ (9) $\frac{17}{30}$ (10) $7\frac{5}{9}$ (11) $2\frac{1}{2}$ (12) $1\frac{8}{15}$

مشق 4.6

(1) $3\frac{5}{12}$ (2) $9\frac{1}{24}$ (3) $2\frac{17}{24}$ (4) $\frac{11}{20}$ (5) $3\frac{1}{42}$

مشق 4.7

(1) 4 (2) 6 (3) 4 (4) $7\frac{1}{2}$ (5) $13\frac{1}{3}$ (6) $15\frac{3}{4}$ (7) $7\frac{1}{2}$

(8) $6\frac{2}{7}$ (9) $22\frac{1}{2}$ (10) $36\frac{1}{8}$ (11) 9 (12) $11\frac{2}{3}$

مشق 4.8

(1) 8 (2) $12\frac{1}{2}$ (3) 16 (4) $19\frac{1}{4}$ (5) $11\frac{2}{3}$ (6) $28\frac{1}{3}$

(7) $19\frac{1}{5}$ (8) 48 (9) $30\frac{1}{3}$ (10) 3 (11) 9 (12) 48

مشق 4.9

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{10}$ (3) $\frac{10}{27}$ (4) $\frac{7}{10}$ (5) $2\frac{13}{16}$ (6) $26\frac{1}{4}$

(7) 33 (8) $27\frac{1}{2}$ (9) $10\frac{1}{8}$ (10) 8 (11) $49\frac{11}{21}$ (12) $134\frac{1}{66}$

مشق 4.10

(1) 15 (2) 8 (3) 49 (4) 20 (5) 18 (6) 42

(7) 36 (8) 40 (9) 49 (10) $48\frac{1}{3}$ (11) 56 (12) 45

مشق 4.11

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{1}{6}$ (6) $\frac{1}{16}$

(7) $\frac{3}{32}$ (8) $\frac{1}{3}$ (9) $\frac{1}{6}$ (10) $\frac{1}{27}$ (11) $\frac{5}{32}$ (12) $\frac{1}{4}$

مشق 4.12

(1) 5 (2) 11 (3) $16\frac{1}{2}$ (4) 5 (5) $23\frac{1}{2}$ (6) 8

(7) $10\frac{2}{3}$ (8) $3\frac{1}{2}$ (9) 4 (10) 52 (11) $2\frac{70}{129}$ (12) $5\frac{46}{85}$

مشق 5·1

(1) 2· ، 07·، 62·، 10·42 ، 415·12 ، 828·03

(2) اعشاریہ تین پانچ ، دو اعشاریہ چار نو، پچیس اعشاریہ صفر چھ ، اعشاریہ صفر نو ، چارسو سات اعشاریہ صفر تین ، سو اعشاریہ صفر ایک ۔

(3) (i) 5·9 ، (ii) 20·3 (iii) 55·88 (iv) 66· (v) 3608·61

(4) (i) 1·1 (ii) 10·5 (iii) 17·11 (iv) 716·55 (v) 197·99

(5) (i) 2·26 (ii) 178·67 (6) (i) 22·5 (ii) 4368·24 (iii) 44687·72

مشق 5·2

(1) 2·1 ، 34·42 ، 165·04 ، 100·01

(2) (I) 7·0 کروڑ (II) 37 درجے (III) 100·0 گرام

(3) 04· ، 09· ، 1· ، 73· ، 9·

(4) (I) 4·35 ،34·05 اور 12· (مرتبہ دو) (II) 9·40 ، 22·5 ، 80· اور 7· (مرتبہ ایک)

(III) 6·305 ، 6·035 اور 6·503 (مرتبہ تین) غ 6·530 اور 6·350 (مرتبہ دو)

(5) جواب دینا مناسب نہیں ہے۔

(6) $\frac{3}{10}$ ، $\frac{8}{10}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{4}{10}$ ، $\frac{45}{100}$ ، $\frac{4}{100}$ ، $\frac{45}{1000}$ ، $\frac{3054}{1000}$ ،

$\frac{15001}{1000}$ ، $\frac{105008}{100}$ ، $\frac{1000001}{1000}$ ، $\frac{400004}{100}$

(7) (I) صعودی: 6·435 ، 9·8 ، 16·03 غ نزولی: 16·03 ، 9·8 ، 6·435

(II) صعودی: 987· ، 8·005 ، 26·01 غ نزولی: 26·01 ، 8·005 ، 987·

(III) صعودی: 463· ، 4·63 ، 463 غ نزولی: 463 ، 4·63 ، 463·

مشق 5·3

(1) 3·76 ، 37·6 ، 376 ؛ 42·9 ، 429 ، 4290 ؛ 23 ، 230 ، 2300

8 ، 80 ، 800 ؛ 0·5 ، 5 ، 50 ؛ 320·01 ، 3200·1 ، 32001

(2) 42·4 ، 29·4 ، 74·7 ، 72·0 ، 81·54 ، 595·84

(3) (i) 2·03 ، 2·82 ، 7·65 (ii) 5·080 ، ·9386 ، 8·189

(iii) 6·2634 ، 66·9990 ، 3217·8436 (iv) 37·7982 ، 2·2821 ، ·58863

(4) 20·3 کلوگرام (5) 1023·110 کلومیٹر

مشق 5·4

(1) 467·89 ، 46·789 ، 4·6789 ؛ 46·789 ، 4·6789 ، ·46789 ؛

4·6789 ، ·46789 ، ·046789 ؛ ·46789 ، ·046789 ، ·0046789 ؛

·046789 ، ·0046789 ، ·00046789 ؛ ·0046789 ، ·00046789 ، ·000046789 ؛

(2) 342·15 ، 34·215 ، 3·4215 ؛ 87·629 ، 8·7629 ، ·87629

8·8032 ، ·88032 ، ·088032 ؛ 5·7006 ، ·57006 ، ·057006

·00009 ، ·000009 ، ·0000009

(3) ·6 (4) ·8 (5) ·8 (6) ·6

(7) ·16 (8) 1·4 (9) ·008 (10) ·0035

(11) 4·5 (12) ·15 (13) ·015 (14) ·0015

(15) 4 (16) 3 (17) ·5 (18) 5

(19) 15 (20) 24 (21) 1·6 (22) 16

(23) 2·8 (24) 48 (25) 48 (26) 2·6

(27) ·26 (28) 43780 (29) 10940 (30) ·01 حصہ

(31) 1·9 کلومیٹر (32) 1·9 لیٹر

مشق 6.1

(1) 17.94 روپے　　(2) 24.84 روپے

(3) 9.20 میٹر　　(4) 9 لٹر

(5) 420 روپے　　(6) 106.76 روپے تقریباً

(7) 240 روپے، 288 روپے　(8) 36 روپے

(9) 2.50 روپے، 94.38 روپے　(10) 5133.33 روپے

(11) 1.80 روپے، 4 افراد

مشق 6.2

(1) (i) 15 (ii) $2\frac{35}{48}$ (iii) 2.48　(2) 42 دنز

(3) 62 نمبر　　(4) 11.97 روپے

(5) 3.75 میٹرک ٹن　　(6) 9 کتابیں

(7) 44 درجے　　(8) 176.75 روپے

(9) 59 طلبا　　(10) 5.40 روپے فی کلوگرام

(11) 4.56 روپے فی درجن　　(12) 2.17 روپے فی کاپی

(13) 328.75 روپے

مشق 6.3

(1) 25　　(2) 10

(3) 219　　(4) 46 درجے

(5) 16 نمبر　　(6) 13سال 2 ماہ

(7) 1.95 روپے، کچھ نہیں بچایا۔　　(8) 2301.25 روپے

(9) 29.83 روپے

مشق 7.1

جوابات دینا مناسب نہیں ہے۔

مشق 8.1

(1) (i) 200 :1   (ii) 25000 :1

(iii) 500 :1   (iv) 3750 :1

(3) (i) 10 سم   (ii) 5 سم   (iii) 4 سم

(4) (i) 40 سم   (ii) 10.5 سم   (iii) 7.2 سم

مشق 8.2

1 تا 5، 7 کے جوابات دینا مناسب نہیں ہے۔

(6) (i) 72 طلبہ   (ii) ج، د   (iii) س

(8) (i) مارچ (ii) $12\frac{1}{2}$ روپے کے (iii) اکتوبر (iv) کسی میں بھی نہیں۔

(9) (i) 880 (ii) 1965 (iii) ہاں (iv) 320 ، (v) 1950

(vi) ایک خانہ 80 کو ظاہر کرتا ہے۔

مشق 9.1

(1)

11	10	4	23	17
18	12	6	5	24
25	19	13	7	1
2	21	20	14	8
9	3	22	16	15

2 تا 7 - جوابات خود نکالیں۔

8 تا 13 - جوابات دینا مناسب نہیں ہے۔

مشق 10.1

جوابات دینا مناسب نہیں ہے۔

مشق 10.2

(1) صرف (i) کے دو نام دیے جاتے ہیں اسی طرح باقی شکلوں کے نام بچے بتادیں۔
متوازی الاضلاع کو ہم ا ب ج د یا ب ج د ا کہہ سکتے ہیں۔

(i) متوازی الاضلاع (ii) متوازی الاضلاع (iii) مربع (iv) ذوذنقہ (v) مربع (vi) چوکور (vii) مربع (viii) مستطیل (ix) ذوذنقہ -

(4) (iv) ، (vi) ، (vii) اور (ix)

مشق 10.3

(2) 2 میٹر ، 2.1 میٹر (3) بے شمار ، ہاں

مشق 11

(1) (i) 45 مربع میٹر (ii) 24 مربع میٹر

(2) 1100 مربع میٹر (3) (i) 3500 مربع میٹر (ii) 2400 مربع میٹر (iii) 1100 مربع میٹر

(4) (i) 1504 مربع میٹر (ii) 1344 مربع میٹر

(5) (i) 72 مربع میٹر (ii) 144 مربع میٹر

(6) (i) 6 مربع سم (ii) 3.75 مربع سم (iii) 7.5 مربع سم

(iv) 6.25 مربع سم (v) 14 مربع سم (vi) 28 مربع سم

(7) 4955 روپے (8) 42.40 روپے

(9) 40 میٹر (10) 6.25 میٹر

(11) 3 مربع سم (12) 2531.25 روپے

(13) 80000 بلاک 200000 روپے (14) 36 میٹر

(15) 614.40 روپے

مشق 12

(1) (i) 64 مکعب سینٹی میٹر (ii) 9.261 مکعب ڈیسی میٹر

(iii) 91.125 مکعب میٹر

(2) (i) 30 مکعب سینٹی میٹر (ii) 378 مکعب میٹر

(3) 20 میٹر

(4) (i) 2 میٹر (ii) 4 ڈیسی میٹر

(iii) 7 میٹر (iv) 11 ڈیسی میٹر

تیار کردہ پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور۔ منظور کردہ:
حکومتِ پنجاب محکمۂ تعلیم لاہور بموجب سرکلر نمبر S.O.(C)10-1/12
مورخہ 25-5-74

نظرثانی شدہ و منظور کردہ قومی ریویو کمیٹی وزارتِ تعلیم و صوبائی رابطہ (شعبۂ نصاب) حکومتِ پاکستان، اسلام آباد۔

قومی ترانہ

پاک سَرزمین شاد باد کِشورِ حَسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سَرزمین کا نظام قُوّتِ اُخُوّتِ عوام
قوم، مُلک، سلطنت پایندہ تابندہ باد
شاد باد مَنزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی، شانِ حال جانِ استقبال
سایۂ خُدائے ذُوالجلال

کوڈ نمبر G-56
سیریل نمبر

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	تعداد	قیمت
مارچ ۱۹۷۷ء	اوّل	85,000	2.87 روپے